

DANIEL CARNEIRO DA SILVA

**CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS EM FOTOGRAMETRIA A
CURTA DISTÂNCIA APLICADA AO LEVANTAMENTO
DE UM TANQUE E A QUESTÃO
DA PRECISÃO E EXATIDÃO**

Dissertação apresentada como requisito
parcial à obtenção do grau de Mestre.
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geo-
désicas, Universidade Federal do Paraná.
Orientador: Prof. Dr. Quintino Dalmolin

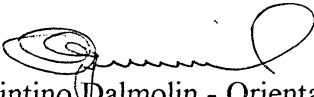
CURITIBA
1995

CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS EM FOTOGRAMETRIA A CURTA DISTÂNCIA APLICADA AO LEVANTAMENTO DE UM TANQUE E A QUESTÃO DA PRECISÃO E EXATIDÃO

POR

DANIEL CARNEIRO DA SILVA

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:


Dr. Quintino Dalmolin - Orientador


Dr. Jair Mendes Marques


MsC. Mary Angelica de Azevedo Olivas

a Rita Maria, in memoriam,
Andréa,
Felipe,
Guilherme,
Gustavo e
Diogo

AGRADECIMENTOS

O autor externa seus agradecimentos às seguintes pessoas e instituições:

- À CAPES, pela bolsa de estudos concedida durante o período de realização do curso;
- Ao Prof. Dr. Quintino Dalmolin, da UFPR, pelo apoio e orientação indispensáveis ao desenvolvimento desta dissertação;
- Ao Prof. MSc. Francisco Jaime B. Mendonça, do Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE, pelo acompanhamento durante todas as fases dos trabalhos práticos e processamento dos dados;
- Ao Prof. Dr. João Bosco Lugnani, da UFPR, pelas primeiras orientações e discussões que motivaram o desenvolvimento deste trabalho;
- Ao Prof. Dr. Tarcísio F. Silva, do Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE, pelo incentivo para iniciar os estudos de Fotogrametria;
- À CHESF - Companhia Hidrelétrica do São Francisco, pelo apoio e infra-estrutura proporcionados por ocasião dos experimentos realizados em propriedade desta empresa;
- Ao Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE pela cessão dos equipamentos, laboratórios e instalações, sem os quais seria impossível o desenvolvimento deste trabalho;
- Ao Dr. Mavíael Francisco de Moraes Cavalcante, pelo incentivo no momento certo.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	I
LISTA DE FIGURAS	II
LISTA DE TABELAS	III
LISTA DE SÍMBOLOS	IV
RESUMO	V
ABSTRACT	VI
1. INTRODUÇÃO	1
2. PRECISÃO E EXATIDÃO EM FOTOGRAMETRIA	5
2.1 CONCEITOS DE PRECISÃO E EXATIDÃO	5
2.1.1 Medidas de Qualidade da Exatidão	8
2.2 MEDIDAS DE PRECISÃO DO AJUSTAMENTO FOTOGRAMÉTRICO	11
2.2.1 Medidas de Precisão Locais	12
2.2.2 Medidas de Precisão Globais	15
2.3 TÓPICOS DE OTIMIZAÇÃO DA PRECISÃO E EXATIDÃO	18
3. MODELOS MATEMÁTICOS	25
3.1 MODELO FUNCIONAL E ESTOCÁSTICO	25
3.2 CORREÇÃO DOS ERROS SISTEMÁTICOS	32
3.2.1 Modelo de Conrady-Brown para a Distorção Radial Simétrica	34
3.2.2 Modelo de Conrady-Brown para a Distorção Descentrada	39
3.2.3 Ondulação e Deformação do Filme	41
3.3 O PROGRAMA FOTTER	45
3.4 ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS	50
4. APLICAÇÃO PRÁTICA DE METODOLOGIA	57
4.1 PREPARATIVOS INICIAIS	57
4.2 PROCESSAMENTO DOS DADOS	61
4.3 RESULTADOS DO AJUSTAMENTO	72
4.4 CÁLCULO DO VOLUME	83
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	87
ANEXOS	
PROGRAMA ANÁLISE.PAS	92
PROGRAMA CIRCUM.PAS	102
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109

LISTA DE FIGURAS

1.	RELAÇÃO ENTRE PRECISÃO E EXATIDÃO EM CURVA DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE	6
2.	ELIPSÓIDE DE ERROS DO PONTO P	14
3.	PADRÃO DA MATRIZ N FORMADA PELO PROGRAMA FOTTER	31
4.	TERMOS A E B DE UM SISTEMA NÃO RETANGULAR DE UM INSTRUMENTO DE MEDIÇÃO	35
5.	CURVAS DE DISTORÇÃO RADIAL SIMÉTRICA PARA VÁRIAS DISTÂNCIAS CÂMARA-PLANO DE FOCO (BROWN, 1971)	38
6.	COMPONENTES DA DISTORÇÃO DESCENTRADA NUMA IMAGEM FOTOGRÁFICA (HAKKARAINEN, 1983)	39
7.	DESLOCAMENTO RADIAL Δr DA POSIÇÃO DA IMAGEM DE UM PONTO DEVIDO À ONDULAÇÃO DO FILME (MARSHAL, 1989)	41
8.	A DISTÂNCIA FOCAL MAIOR C1 COMPENSA MELHOR OS ERROS DEVIDO ÀS ONDULAÇÕES DO FILME	44
9.	DISPOSIÇÃO DOS ELEMENTOS NULOS E NÃO NULOS DA MATRIZ NORMAL, ANTES DA DECOMPOSIÇÃO APÓS A DECOMPOSIÇÃO, ALGUNS NULOS INTERNOS PODEM TORNAR-SE NÃO NULOS	47
10.	EXEMPLOS DA DIVISÃO DA MATRIZ N EM BLOCOS DE COLUNAS. APENAS OS ELEMENTOS NÃO NULOS E OS NULOS INTERNOS SÃO ARMAZENADOS POR COLUNA	48
11.	DESENHO DO SINAL (ESCALA 1:1)	57
12.	CONFIGURAÇÃO DAS ESTAÇÕES DE EXPOSIÇÃO, APOIOS E SISTEMA DE REFERÊNCIA	59
13.	DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS PRÉ-SINALIZADOS SOBRE A SUPERFÍCIE DO TANQUE	60
14.	EXEMPLO DE APLICAÇÃO DE ROTAÇÕES NO SISTEMA DE REFERÊNCIA DA ESTAÇÃO DE EXPOSIÇÃO, OBEDECENDO À SEQUÊNCIA DE MULTIPLICAÇÃO DA MATRIZ $R(\kappa).R(\Phi).R(\omega)$	62

LISTA DE TABELAS

1.	SUB-MATRIZES VARIÂNCIAS-COVARIÂNCIAS DA ESTAÇÃO N. 9 EM TRÊS SISTEMAS DE REFERÊNCIA	67
2.	COMPONENTES PRINCIPAIS COM OS PARÂMETROS $C, x_0, y_0, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, A, B$	68
3.	COMPONENTES PRINCIPAIS COM OS PARÂMETROS $C, x_0, y_0, K_1, K_2, P_2, A, B$	69
4.	COMPONENTES PRINCIPAIS COM OS PARÂMETROS $C, x_0, y_0, K_1, K_2, A, B$	70
5.	COMPONENTES PRINCIPAIS COM OS PARÂMETROS $C, x_0, y_0, K_1, P_1, P_2, A, B$	71
6.	DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE COM PONTOS DE APOIOS E DISTÂNCIAS	78
7.	DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE APENAS COM DISTÂNCIAS E UMA ESTAÇÃO FIXA	79
8.	DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE COM UMA DISTÂNCIA E UMA ESTAÇÃO FIXA	80
9.	DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE COM TODAS AS COORDENADAS PLANIMÉTRICAS AJUSTADAS PELO PROGRAMA NETZ2D	81
10.	DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE COM NOVO SISTEMA DE REFERÊNCIA. COM O EIXO Z NA VERTICAL	82
11.	CÁLCULO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS DO TANQUE AJUSTADAS PARA UMA CIRCUNFERÊNCIA	84

LISTA DE SÍMBOLOS

$E(\)$	operador esperança
X	vetor dos parâmetros desconhecidos (u)
\hat{X}	vetor dos parâmetros estimados (u)
X_0	vetor de valores aproximados dos parâmetros (u)
$\hat{\Delta X} = \hat{X} - X_0$	vetor de correções aos parâmetros (u)
L_b	vetor de observações (n)
L_a	vetor de observações ajustadas (n)
A	matriz de coeficientes obtidos da linearização do modelo: $\left. \frac{\partial F}{\partial X} \right _{X=X_0} \quad (n,n)$
b	vetor constante do erro de fechamento : $1 - F(X_0)$ (n)
V	resíduos $L_a - L_b$ (n)
σ_i	desvio padrão da observação
σ_0^2	fator de variância a priori ou variância da observação de peso unitário
$\hat{\sigma}_0$	fator de variância a posteriori
Σ	matriz variância covariância das observações (n,n)
Q	matriz cofatora das observações (n,n)
P	matriz dos pesos das observações = Q^{-1} (n,n)
$\hat{\Sigma}_x$	matriz variância covariância dos parâm. ajustados (u,u)
ε	erro das observações
\hat{Q}_x	matriz cofatora dos parâmetros ajustados (u,u)
\hat{Q}_l	matriz cofatora das observações ajustadas (n,n)
Q_v	matriz cofatora dos resíduos (n,n)
n	número de observações
u	número de parâmetros desconhecidos (incógnitas)
r	número de graus de liberdade = $n - u$
d	deficiência de posto

RESUMO

Nesta dissertação são discutidos e aplicados os métodos, recursos e procedimentos, mais difundidos e necessários para um levantamento fotogramétrico a curta distância de um tanque cilíndrico vertical com cerca de 13,00m de diâmetro e 9,50m de altura. O desenvolvimento dos assuntos obedece a dois aspectos principais: o primeiro é a preocupação com a precisão e exatidão possíveis de serem atingidas nas coordenadas de pontos discretos; o segundo é a necessidade de definir procedimentos práticos e formas simples de injunções de apoio que garantam a validade e agilidade nos trabalhos. É ainda proposto o uso de análise de componentes principais como meio auxiliar na escolha de parâmetros de correção de erros sistemáticos. O ajustamento analítico por feixes de raios com auto-calibração foi feito com o programa FOTTER, versão do programa do Prof. Dr José Bittencourt de Andrade, otimizado para uso em micro-computadores. A estimativa de erro encontrada para o cálculo de volume do tanque foi de 0,1%; que é compatível com as especificação dos institutos de metrologia.

ABSTRACT

The methods, resources and technics necessary for a close-range photogrammetric surveying of a vertical cylinder tank with diameter 13.00m and 9.50m high, are presented and discussed. The subject development obey two important aspects: the first is the worry about the best precision and accuracy coordinates points. The second is to get practical procedures and simpler kind of control and constraint that give feasibility and speed to the survey. The volume uncertainty reached was 0.1%.

INTRODUÇÃO

No Brasil, a Fotogrametria é bem difundida e largamente utilizada dentro de seu campo mais comum, que é o aerolevantamento para fins de mapeamento. No entanto, o seu emprego para outras finalidades, como aplicações industriais, estudo de tráfego, estudo de deformações e biometria, praticamente inexiste, apesar de já ser utilizada em outros países há mais de vinte anos. Nestas aplicações, as estações de observação são colocadas diretamente no solo ou próximas deste, sendo assim, conhecida por Fotogrametria Terrestre. Quando a distância da estação ao objeto é de até 200m, é chamada de Fotogrametria a Curta Distância, embora este limite não seja rigoroso nem mesmo exista consenso quanto a ele.

A Fotogrametria a Curta Distância tem certas particularidades quando comparada à aérea:

- a sequência de fotografias não tem necessariamente que ser contínua e existe maior flexibilidade quanto à escolha da posição da câmara;
- as formas e dimensões do objeto são muito variáveis, principalmente quando se comparam as suas medidas com a distância à estação de exposição;
- a escala é sempre grande, variando numa faixa, por exemplo, de 1:1 até 1:300, muito diferente das escalas utilizadas em aerolevantamentos;
- o número de fotografias é, geralmente, bem menor;
- modernas técnicas de cálculo permitem utilizar câmaras fotográficas de todos os tipos, não necessariamente desenvolvidas especialmente para a Fotogrametria.

A Fotogrametria a Curta Distância passou a ser empregada em trabalhos com exigências de precisão elevada, como em monitoramento de deformações (MENDONÇA, 1984), monitoramento de ferramentas (FRASER, 1988-B), calibração de tanques (OSHIMA, 1988), (SIEGWARTH et al, 1984), (SHMUTTER, 1971), (PAPO, 1978) e calibração de antenas

parabólicas (KENEFICK 1971) e (EL-HAKIM, 1978). Este emprego exige o uso de técnicas refinadas de calibração das câmaras, processamento de medições, otimização de redes e análise de resultados.

As técnicas de calibração de câmaras são bem desenvolvidas e os trabalhos dos pesquisadores BAHR et al (1984), BROWN (1971), KENEFICK et al (1972), MONIWA (1972), OLIVAS (1980), HAKKARAINEN (1983), podem ser citados como referência. Atualmente, a aplicação das técnicas de calibração pode ser efetuada em laboratório, em campo de teste, ou mesmo incluída no próprio levantamento.

A fase de processamento das medições engloba desde a medição das fotocoordenadas nos comparadores e plotters analíticos até o cálculo das coordenadas dos pontos do objeto. Nesta fase, a escolha dos modelos matemáticos, algoritmos e técnicas computacionais são os itens mais importantes.

A otimização de redes emprega modernamente técnicas de simulação para prever quais as melhores posições e qual a quantidade de fotografias necessárias e suficientes para se atender aos critérios de precisão, exatidão e economia indicados nas especificações do levantamento.

A análise dos resultados demonstra a qualidade final do levantamento e emprega técnicas estatísticas apropriadas que garantem também a precisão, exatidão e confiabilidade das coordenadas obtidas.

Estas etapas demonstram que todo levantamento em que exista uma especificação rigorosa de precisão e exatidão é complexo e trabalhoso, exigindo um estudo detalhado da situação. Como consequência natural, necessita-se também de câmara fotogramétrica apropriada, instrumento de medição de alta precisão nominal, programas de fototriangulação especiais e pessoal capacitado.

Durante esta pesquisa, constatou-se que os obstáculos para se executar um levantamento de precisão utilizando a Fotogrametria a Curta Distância no Brasil, sob o ponto de vista prático da engenharia, consistem exatamente na dificuldade de acesso a programas operacionais que permitam fácil análise da exatidão e precisão do levantamento, além da falta de divulgação da técnica. Os demais instrumentos, como câmaras métricas terrestres e plotters analíticos de alta

qualidade são disponíveis nas instituições de ensino de Fotogrametria e em algumas empresas particulares, embora sejam utilizados apenas em trabalhos similares à fotogrametria convencional, como em restituição de fachadas de prédios históricos.

Neste trabalho, procurou-se executar um levantamento fotogramétrico reunindo as técnicas empregadas para cálculo de coordenadas tridimensionais de pontos discretos de um objeto, aliados aos cuidados necessários que resultem em melhor precisão e exatidão. Este levantamento também deverá fornecer dados para comparação com outros métodos de medição. O objeto escolhido foi um tanque cilíndrico vertical, com cerca de 13,00m de diâmetro e 9,50m de altura, utilizado para o armazenamento de óleo combustível, de propriedade da CHESF - Companhia Hidrelétrica do São Francisco. A escolha pode ser justificada pelo fato de que tanques similares a esse e com dimensões maiores são usados em destilarias de álcool e terminais de combustível espalhados por todo o país, e que são calibrados somente através de medição direta com trena.

As fases necessárias para se atingir o objetivo proposto foram distribuídas ao longo deste trabalho na forma apresentada a seguir.

O Capítulo 2 apresenta a questão de precisão e exatidão, envolvendo conceitos e os indicadores estatísticos usualmente empregados, além dos tópicos de otimização de um levantamento fotogramétrico, sob o ponto de vista prático.

Os modelos matemáticos escolhidos são os mais difundidos na literatura internacional e são apresentados no Capítulo 3, onde discute-se a equação de colinearidade como modelo funcional e o método paramétrico com injunções como o modelo estocástico. Neste capítulo apresentam-se também modelos de correção de erros sistemáticos, como deformação do filme e de distorção das lentes.

O programa computacional que incorpora os modelos acima é uma versão do programa do Prof. Dr José Bittencourt de Andrade, disponível no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas de UFPR, chamado de FOTTER, que entre outras modificações foi adaptado para uso em microcomputadores com a inclusão de novos algoritmos para a resolução da matriz normal.

Ainda no Capítulo 3 é apresentado e proposto o uso da Análise de Componentes Principais como ferramenta para a definição dos parâmetros adicionais que podem ser incluídos num ajustamento, face a importância estatística que os mesmos devem ter e a necessidade de um critério de escolha não aleatório.

A aplicação de toda a metodologia é relatada no Capítulo 4. Os assuntos discutidos envolvem :

a) preparação dos trabalhos de campo como determinação da forma, dimensões e distribuição da pré-sinalização, materialização do sistema de referência e apoios, além da geometria da rede;

b) questões como determinação dos valores iniciais, variâncias e escolha dos parâmetros adicionais;

c) execução dos testes de ajustamento com o programa FOTTER, onde variam a quantidade e posição de pontos do apoio, posição de estações fixas e distâncias utilizadas como injunções;

d) finalmente, o cálculo das seções transversais do tanque e volume total do reservatório.

Os resultados alcançados por esta pesquisa são analisados principalmente sob os aspectos de praticidade e dos resultados numéricos mais expressivos que são apresentados no Capítulo 5, onde também são feitas algumas recomendações e sugestões.

2. PRECISÃO E EXATIDÃO EM FOTOGRAMETRIA

2.1 CONCEITOS DE PRECISÃO E EXATIDÃO

Precisão pode ser definida como o grau de conformidade existente dentro de um conjunto de observações da mesma variável aleatória. Assim, a forma de distribuição de probabilidade é uma indicação da precisão, sendo uma função apenas de efeitos randômicos (MARSHALL, 1989).

Com relação a uma rede de pontos a serem levantados, a precisão representa a qualidade do projeto e pode ser estimada analisando a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados $\sum \hat{x}$.

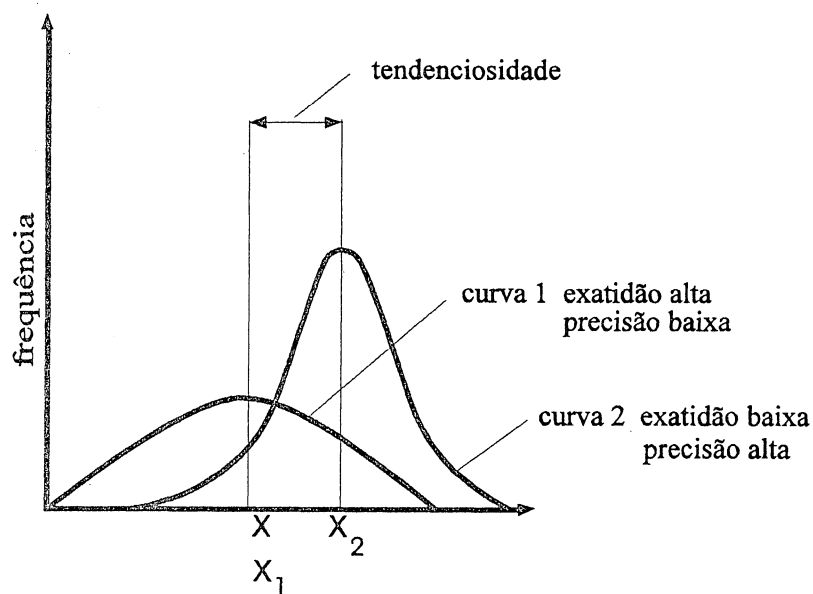
Exatidão pode ser definida como a distância que separa uma estimativa de seu valor verdadeiro e é uma função dos erros sistemáticos e randômicos da variável (MARSHALL, 1989).

A figura 1 procura mostrar graficamente conceitos de precisão e exatidão.

Além dos importantes conceitos de precisão e exatidão, também merece destaque o conceito de confiabilidade, que está ligado naturalmente ao primeiro.

A confiabilidade representa o potencial de detecção de erros grosseiros e sistemáticos através de procedimentos de testes estatísticos adequados. A confiabilidade pode ser interna e externa. Confiabilidade interna refere-se aos menores erros grosseiros que podem ser detectados com uma dada probabilidade numa observação. Confiabilidade externa indica o efeito de um erro grosseiro não detectado, com sua respectiva magnitude sobre o resultado final. A confiabilidade é determinada a partir da análise da matriz variância covariância dos resíduos Q_v , cujo cálculo foge ao escopo deste trabalho.

FIGURA 1 : RELAÇÃO ENTRE PRECISÃO E EXATIDÃO EM CURVA DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE (MARSHAL, 1989)



Os conceitos de precisão e exatidão mostrados de acordo com a teoria dos erros são colocados em HOTTIER(1976) sob os seguintes aspectos:

Seja X o verdadeiro valor de alguma quantidade física, e \hat{x} uma estimativa de X , baseada em um sistema particular de medida S . Neste caso, ocorre uma diferença entre a esperança de \hat{x} , denotado por $[E_S(\hat{x})]$, e o valor verdadeiro de X :

$$E_S(\hat{x}) \neq X. \quad (1)$$

Então define-se o erro de \hat{x} como sendo:

$$e = \hat{x} - X = [\hat{x} - E_S(\hat{x})] + [E_S(\hat{x}) - X] = \varepsilon + \beta \quad (2)$$

$$\text{onde } \varepsilon = \hat{x} - E_S(\hat{x}) \text{ e } \beta = E_S(\hat{x}) - X$$

A quantidade ε é o erro aleatório residual do sistema de medida S ou o erro das observações. Como regra a distribuição do erro aleatório é considerada normal: $\varepsilon \sim N(0, \sigma_x)$.

A precisão de \hat{x} , no sistema de medida S, indica o quanto \hat{x} está próximo de $E_S(\hat{x})$ e é caracterizado pelo desvio padrão (σ_x) do ε . A quantidade β é a tendenciosidade causada pelos efeitos sistemáticos, pela falta de definição da quantidade medida e pelo poder de resolução do procedimento de medição.

A exatidão da estimativa \hat{x} indica qual é a sua proximidade do valor verdadeiro X, sendo caracterizada pelo desvio padrão do erro $\sqrt{E_S(\varepsilon)^2}$, que conforme demonstrado a seguir, é função da precisão e da tendenciosidade, conforme demonstrado a seguir:

$$E_S(\varepsilon)^2 = E(\varepsilon + \beta)^2 = E(\varepsilon^2 + 2.\varepsilon\beta + \beta^2) = \quad (3)$$

$$E(\varepsilon^2) + 2.\beta.E(\varepsilon) + E(\beta^2) = \sigma_x^2 + E(\beta^2)$$

A quantidade $\sqrt{E(\beta^2)}$ pode ser chamada de desvio padrão da tendenciosidade.

A equação (3) mostra que o desvio padrão do erro, que é caracterizado pela exatidão média máxima de todos os procedimentos de medição com as mesmas qualidades, é estatisticamente superior ao desvio padrão da tendenciosidade, ou seja:

$$\text{Desvio Padrão do Erro} \geq \text{Desvio Padrão da Tendenciosidade}$$

HOTTIER (1976) salienta que em qualquer caso, mesmo quando os efeitos sistemáticos são todos corrigidos, ainda existe uma parte irredutível no desvio padrão da tendenciosidade,

devido à falta de definição da quantidade medida e do poder de resolução do procedimento de medição.

O resumo das deduções acima mostra finalmente que uma quantidade física unidimensional cujo valor verdadeiro é X , tem estimativa \hat{x} num sistema particular de medição e é uma variável com distribuição normal:

$$\hat{x} \sim N(X, \sqrt{\sigma_x^2 + E(\beta^2)}) \quad (4)$$

onde σ_x é o desvio padrão da estimativa \hat{x}
e $\sqrt{E(\beta^2)}$ é o desvio padrão da tendenciosidade.

Como é impossível obter X e o interesse principal é eliminar erros aleatórios e efeitos sistemáticos, chega-se à conclusão que a máxima exatidão é determinada pelo desvio padrão da tendenciosidade, e que todas as estimativas são equivalentes para descrever o verdadeiro valor da quantidade.

2.1.1 Medidas de qualidade da exatidão

A exatidão pode ser avaliada direta e praticamente pela comparação com medidas conhecidas.

O princípio adotado é comparar os resultados obtidos de um procedimento particular de medição, com um outro procedimento "mais exato". No caso da fotogrametria, isto implica que os pontos medidos devem ser colocados de tal forma que possam ser avaliados pelos dois procedimentos.

Os procedimentos de medição de controle ou apoio podem ser triangulações de pontos com métodos geodésicos ou ainda réguas e trenas calibradas colocadas sobre o objeto. Os pontos

da rede triangulada e as extremidades de réguas devem receber o mesmo tipo de sinal utilizado nos pontos a calcular com o procedimento mais exato. As informações sobre a precisão serão retirados do ajustamento final executado com ajuda de um programa adequado, que além das coordenadas fornecerá dados sobre outros parâmetros e dados estatísticos.

Como regra as medições obedecem à curva de distribuição normal e sabe-se da estatísticas que para uma confiabilidade de 99% o intervalo que abrange uma estimativa é igual a 3 vezes o seu desvio padrão. Daí conclui-se que a precisão das medições do processo mais exato deve ser 3 vezes melhor.

Quando as correções aos parâmetros durante o ajustamento convergem para um valor menor que o Erro Médio Quadrático (EMQ) computado dos parâmetros, então, o EMQ é um estimador real dos parâmetros calculados. Isto é, o erro verdadeiro dos parâmetros está dentro de 3σ (WONG,1975).

A avaliação da exatidão a partir de pontos triangulados pode ser feita a partir de pontos de checagem e de pontos de apoio, o que será detalhado a seguir.

i) Estimativa a partir de pontos de checagem

Os pontos de checagem são pontos de coordenadas conhecidas, que não são usados como apoio mas com a finalidade de compará-los com as coordenadas obtidas da fototriangulação.

Se X_{iv} , Y_{iv} e Z_{iv} são as coordenadas verdadeiras dos pontos de comparação M_i ; e X_{if} , Y_{if} e Z_{if} são as coordenadas fotogramétricas, o erro médio quadrático residual espacial é dado por HOTTIER(1976):

$$R_{xyz} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n [(X_{if} - X_{iv})^2 + (Y_{if} - Y_{iv})^2 + (Z_{if} - Z_{iv})^2]} \quad (5)$$

com $i=1,n$.

Também é interessante determinar a diferença máxima encontrada entre os n pontos de checagem:

$$R_{MAX.xyz} = MAX(\sqrt{[(X_{if} - X_{iv})^2 + (Y_{if} - Y_{iv})^2 + (Z_{if} - Z_{iv})^2]} \quad (6)$$

Uma recomendação importante é que os pontos de checagem estejam regularmente distribuídos por todo o objeto.

ii) Estimativa a partir de pontos de apoio

Na falta de pontos de checagem é possível usar os resíduos dos pontos de apoio, cujo erro médio quadrático (EMQ) é dado por R'_{xyz} . Infelizmente, se o número dos pontos de apoio está abaixo de 30, ocorre estatisticamente uma sensível superestimativa de exatidão, isto é $R'_{xyz} < R_{xyz}$ (HOTTIER,1976). No entanto, é possível computar um coeficiente K de proporcionalidade que relacione R_{xyz} com R'_{xyz} :

$$R_{xyz} = K.R'_{xyz} \quad (7)$$

K depende do número n de pontos de controle, do método computacional e do número r de parâmetros de calibração e parâmetros adicionais estimados no ajustamento. Se para cada ponto de controle são obtidas P equações de observação, então o valor de K será dado por:

$$K = \sqrt{\frac{pn}{pn-r}} \quad (8)$$

onde r é o número de parâmetros;

n é o número de pontos de apoio;

p é o número de equações de observação de cada ponto.

Os experimentos de HOTTIER(1976) atestam a validade da fórmula acima.

2.2 MEDIDAS DE PRECISÃO DO AJUSTAMENTO EM FOTOGRAMETRIA

Antes de discutir os indicadores de qualidade de precisão, dois pontos devem ser notados (MARSHALL,1989).

1. A MVC dos parâmetros ($\sum \hat{X}$) não é invariável com relação ao datum selecionado. Consequentemente, a precisão das medidas é tendenciosa com relação ao datum. Dependem da configuração e do tipo de injunções empregadas. O fato de $\sum \hat{X}$ ser dependente do datum causa problemas em assegurar a precisão da posição de um ponto ajustado.

2. A MVC é $\sum \hat{x} = \sigma_o^2 \cdot Q_x^\wedge$, onde Q_x^\wedge é a matriz cofatora dos parâmetros ajustados (veja item 3.1 sobre o Modelo Estocástico) e σ_o^2 o fator de variância da unidade de peso a priori. Analisando $\sum \hat{X}$ é importante verificar que σ_o^2 é um fator de escala que tem influência direta sobre a precisão das medidas ou parâmetros. Qualquer erro na estimativa do σ_o^2 influenciará diretamente a precisão.

A estimativa do σ_o^2 pode ser feita com base na variância das fotocoordenadas, enquanto que no ajustamento calcula-se a variância a posteriori (σ_o^2). Compara-se σ_o^2 com σ_o^2 usando o teste de hipótese qui-quadrado:

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_o^2 &= \sigma_o^2 \\ H_1: \sigma_o^2 &\neq \sigma_o^2 \end{aligned} \quad (9)$$

No caso da hipótese ser rejeitada, pode ter ocorrido uma das seguintes causas:

- a) erros grosseiros
- b) ponderação das variâncias de fotocoordenadas e parâmetros inadequados;
- c) modelo matemático não adequado.

Eliminados os erros grosseiros e usando um modelo matemático adequado, estima-se novo σ_o^2 e novas variâncias, até que a hipótese seja não rejeitada, dentro de um nível de significância escolhido convenientemente, geralmente de 5%.

O valor de σ_o^2 não altera os valores finais dos parâmetros como está demonstrado em GEMAEL (1984), mas apenas a precisão dos mesmos, que é obtida da MVC.

Os indicadores de precisão do ajustamento em fotogrametria podem ser classificados como medidas de precisão locais, quando resultam em informações sobre os pontos isoladamente, ou medidas de precisão globais, quando informam sobre o conjunto do levantamento.

2.2.1 Medidas de precisão locais

As medidas de precisão locais mais empregadas em levantamentos tridimensionais são o desvio padrão, elipsóide de erros e esfera de erros.

i) Desvio padrão da coordenada

A mais simples medida de precisão é o desvio padrão das coordenadas. O desvio padrão é obtido da diagonal da matriz de cofatores multiplicado pelo sigma a priori ou sigma a posteriori. Então, para cada coordenada temos:

$$\begin{aligned}\sigma_{xi} &= \sigma_o^2 \sqrt{q_{xi}} \\ \sigma_{yi} &= \sigma_o^2 \sqrt{q_{yi}} \\ \sigma_{zi} &= \sigma_o^2 \sqrt{q_{zi}}\end{aligned}\tag{10}$$

onde q é a submatriz de Q correspondente ao i-ésimo ponto.

O desvio padrão é dependente da redundância ou super-determinação do sistema e do modelo de ajustamento adotado.

ii) Elipsóide de erros

Elipse e elipsóide de erros são usadas para avaliar a precisão na determinação de coordenadas em espaços bi e tri-dimensionais respectivamente. Para a fotogrametria o mais comum é a determinação tri-dimensional.

O cálculo de parâmetros de um elipsóide de erros é feita da seguinte forma (WONG, 1975):

Seja a submatriz variância e covariância q de um ponto i que tem as coordenadas X_i , Y_i e Z_i :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xi}^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yi}^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zi}^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Sejam X' , Y' , e Z' os eixos ortogonais do elipsóide e a sua orientação definida respectivamente pelos ângulos de rotação ω , γ e κ em torno desses eixos (figura 2) e sendo R a matriz de rotação tal que:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xi}^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx}^2 & \sigma_{yi}^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx}^2 & \sigma_{zy} & \sigma_{zi}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix}$$

Isto é:

$$q' = R \cdot q \cdot R^t \quad (13)$$

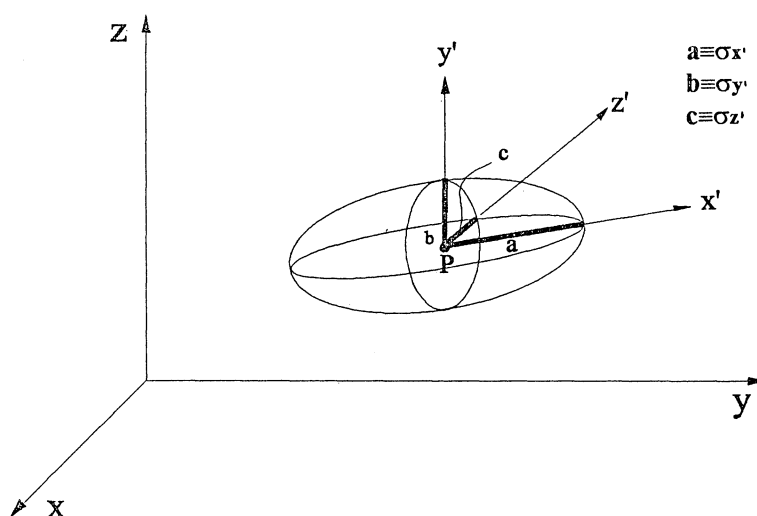
A expressão acima consiste de seis equações independentes não lineares envolvendo as incógnitas σ_x , σ_y , σ_z , ω , ϕ e κ . Após linearização e resolução por processos iterativos são determinados os ângulos de orientação e a magnitude dos semi-eixos do elipsóide. WONG (1975) mostra a sequência de obtenção das incógnitas do elipsóide com base na equação 13 e GEMAEL (1988) apresenta outro método que calcula auto-valores e auto-vetores a partir da equação 11 com a mesma finalidade.

A probabilidade de que a posição verdadeira do ponto esteja dentro do elipsóide é dada pelo valor de C na expressão a seguir:

$$\frac{x'^2}{\sigma_{x'}^2} + \frac{y'^2}{\sigma_{y'}^2} + \frac{z'^2}{\sigma_{z'}^2} = C \quad (14)$$

Quando $C=1$, esta probabilidade é de apenas 20%. O valor de C é 66,25; 7,81 e 11,34 respectivamente para 90%, 95% e 99% de probabilidade de que esteja dentro ou sobre a superfície do elipsóide (GEMAEL, 1987).

FIGURA 2 : ELIPSÓIDE DE ERROS DO PONTO P



iii) Esfera de erro

É uma medida de precisão aproximada do elipsóide de erros e empregada por sua simplicidade com o nome de desvio padrão esférico, representado por:

$$r = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_{xi} + \sigma_{yi} + \sigma_{zi}) \quad (15)$$

iv) Desvio padrão quadrático

Corresponde na verdade a um vetor formado pela componentes do desvio padrão segundo os eixos X, Y e Z:

$$r = \sqrt{(\sigma_{xi})^2 + (\sigma_{yi})^2 + (\sigma_{zi})^2} = \sigma_o \sqrt{\text{tr}(q_i)} \quad (16)$$

onde q_i é a submatriz cofatora do ponto i.

O desvio padrão quadrático tem valor numérico de mesma ordem de grandeza do semi-eixo maior do elipsóide de erro, e é sempre maior que o raio da esfera de erro, sendo, portanto, um indicador simples e seguro da precisão de um ponto.

2.2.2 Medidas de precisão globais

As medidas de precisão globais refletem a precisão do levantamento como um todo. As mais simples são o desvio padrão médio de todos os pontos, a precisão proporcional e o intervalo do desvio padrão. Outras medidas de precisão podem ser encontradas com mais detalhes em MARSHALL(1989).

i) Desvio padrão médio

A medida básica e mais simples é o desvio padrão médio das coordenadas X, Y e Z de todos os pontos.

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{\text{tr} \hat{\Sigma}_c}{3 \cdot u_c}} \quad (17)$$

onde u_c = número de pontos

$\text{tr} \hat{\Sigma}_c$ = traço da matriz variância covariância correspondente aos pontos.

O desvio padrão médio geral também pode ser decomposto segundo cada coordenada do espaço objeto X, Y e Z ou por exemplo X e Y juntos e Z à parte. Esta decomposição é útil para avaliar a homogeneidade da precisão das coordenadas.

$$\sigma_{xy} = \sqrt{\text{tr}(\hat{\Sigma}_{X_{xy}})}$$
$$\sigma_z = \sqrt{\text{tr}(\hat{\Sigma}_{X_z})} \quad (18)$$

Normalmente, o desvio padrão segundo o eixo predominantemente paralelo ao eixo ótico é muito maior que nas outras direções, sendo desejável que haja homogeneidade entre elas.

ii) Precisão proporcional

Esta medida é útil para mostrar ao usuário da fotogrametria a precisão relacionada com as dimensões do objeto.

Pode-se considerar a dimensão maior ou a dimensão média do objeto. Para um objeto com dimensão D tem-se a precisão proporcional:

$$1 \text{ parte em } \frac{D}{\sigma_c}$$

Os valores típicos para fotogrametria a curta distância vão de 1:10.000 até 1:50.000 segundo levantamento de dados efetuado por SILVA (1991) e já podem chegar a 1:250.000 segundo FRASER (1988-A).

Alguns autores acham melhor substituir D pela distância média câmara-centro do objeto, passando a relacionar a precisão proporcional com a escala da fotografia.

iii) Intervalo do desvio padrão

O intervalo do desvio padrão ou intervalo do erro médio quadrático é empregado por FRASER (1984). A medida indica o intervalo entre os valores máximo e mínimo do desvio padrão das coordenadas:

A maior homogeneidade de uma rede é indicada pelo menor valor possível do intervalo.

A medida é da forma:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_c &= \max(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \sigma_{zi}) - \min(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \sigma_{zi}) \\ \Delta\sigma_{xy} &= \max(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}) - \min(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}) \\ \Delta\sigma_z &= \max(\sigma_{zi}) - \min(\sigma_{zi})\end{aligned}\tag{19}$$

para todos os pontos i.

2.3 TÓPICOS DE OTIMIZAÇÃO DA PRECISÃO E EXATIDÃO

O estudo de uma rede de levantamento visando a otimização da precisão, exatidão, confiabilidade e custos é uma parte essencial de qualquer tarefa de medição. Em fotogrametria a curta distância, o assunto é discutido dentre outros por HOTTIER(1976), FRASER(1982-A,1984), SHORTIS&HALL(1989) e MARSHALL(1989).

Modernamente, a ênfase é dada para procedimentos iterativos de simulação em computador, até que se definam as condições necessárias que atendam a uma especificação desejada, dentro do menor custo. No entanto, no âmbito desta pesquisa, serão discutidos apenas os princípios de otimização que tenham aplicação prática, imediata e que são largamente aceitos, tais como:

- seleção da câmara;
- configuração das estações de exposição;
- número de exposições por estação;
- repetição de leitura de fotocoordenadas;
- configuração dos pontos do objeto;
- configuração dos pontos e tipo do apoio;
- seleção do filme;
- seleção do equipamento de medição;
- seleção do tipo de ajustamento.

a. seleção da câmara:

A seleção a câmara depende logicamente de disponibilidade. Poucas organizações podem dispor de um vasta combinação de distâncias focais e formatos diferentes.

Apesar das câmaras comuns, chamadas de não-métricas, terem ampla aplicação (FRASER,1982-A) e, sob certas condições, fornecerem a precisão desejada, a recomendação para trabalhos mais precisos exige pelo menos o uso de câmaras classificadas como semi-métricas.

De modo geral, a preferência é pela escolha da maior distância focal praticável e pelo maior formato. A distância focal longa maximiza a escala da imagem e melhora a precisão do espaço objeto. O formato maior dá maior cobertura, permite melhor flexibilidade nas posições das câmaras e aumenta o número de pontos imageados num negativo.

b. configuração das estações de exposição

Este é o aspecto mais flexível de um estudo de levantamento fotogramétrico; é diferente do planejamento da aerotriangulação, onde o objeto é essencialmente plano e existe uma superposição constante em cada direção. O objeto de medição em fotogrametria a curta distância pode ter uma forma complexa e a sua posição pode variar consideravelmente de uma foto para outra.

É basicamente aceito que configurações multi-estações com fotografias convergentes com quatro ou mais estações dão maior precisão e confiabilidade que a configuração normal (SHORTIS,1989). Um dos mais importantes aspectos positivos da configuração altamente convergente é obter uma precisão dos pontos mais homogênea e isotrópica que a configuração normal, por quebrar a correlação entre a distância principal c e $(Z-Z_0)$, ou no caso geral, entre c e a distância que lhe for paralela, como é demonstrado por KENEFICK (1971).

A precisão e confiabilidade melhora quando é aumentada a quantidade de fotografias convergentes porque aumenta-se a rigidez geométrica da rede e o número de graus de liberdade.

Pode haver limitações para localizar as estações devido às condições físicas do entorno do objeto, ou pela interposição de obstruções ou pela restrição a espaço livre disponível mas, em geral, a variação do número e localização das estações pode otimizar o levantamento.

c. Número de exposições por estação

Múltipla exposição é sugerida por (HOTTIER,1976). Ele sugere que sejam feitas várias exposições com a câmara fixa na mesma posição. A múltipla exposição pode ser usada quando existe um número limitado de posições para a câmara. Para melhorar a precisão e recuperação de parâmetros de auto-calibração, a câmara deve girar em torno do eixo ótico de 90 graus cada vez. Estatisticamente, sabe-se que a variância de uma variável é alterada pela relação $1/\sqrt{n}$, onde n é o número de exposições.

d. Repetição de leituras de fotocoordenadas

Estatisticamente, o efeito de aumentar o número de leituras de uma fotocoordenada é o mesmo que aumentar o número de exposições por estação. A última opção, no entanto, é mais vantajosa, pois existindo mais negativos, melhora a distribuição de erros sistemáticos da deformação e ondulações do filme. Por outro lado, aumenta o tempo de processamento de fotografias e pode haver a ocorrência de outros erros grosseiros.

O aumento do número de leituras de cada ponto aumenta também a precisão na proporção de $1/\sqrt{n}$, teoricamente. Em experimentos, HOTTIER(1976) conseguiu melhorar 19,4% quando aumenta de 2 para 3 leituras e 25,4% quando aumenta de 3 para 4 leituras, valores estes bem menores que os teóricos.

e. Configuração dos pontos

A localização e quantidade dos pontos é definida inicialmente por aqueles que são de especial interesse ou que definem melhor o objeto. Porém, um grupo de pontos só é considerado ideal se estiver bem distribuído nas três direções X, Y e Z, tanto em posição como em distâncias.

Mesmo que pontos em volta não sejam de interesse para o levantamento em si, é importante utilizá-los como extras, para criar rigidez geométrica da rede e recuperar melhor os parâmetros adicionais de auto-calibração.

A definição do pontos deve ser feita com pré-sinalização, dimensionada em função da escala da fotografia e da dimensão da marca flutuante do instrumento de medição (MENDONÇA, 1984).

f. Configuração de pontos de apoio

A distribuição geométrica, quantidade e qualidade de elementos que servirão de apoio têm influência muito significativa na precisão e exatidão finais dos pontos fototriangulados, devido à participação muito forte no próprio modelo matemático de ajustamento, como pode ser visto nas equações 32 a 38.

Algumas observações de caráter geral com respeito a este assunto serão feitas a seguir.

i) os pontos de apoio devem ser colocados em posição tal que formem um volume que contenha todo o objeto (HOTTIER, 1976, FRASER, 1980).

ii) os pontos de apoio não devem ser colocados aproximadamente colineares ou coplanares.

iii) no caso de se utilizar distâncias como apoio, estas devem ser distribuídas ao longo das três direções, cobrindo toda a extensão do objeto. Caso a distância seja colocada na direção X, a precisão melhora segundo esta direção e muito pouco em outras direções (EL-HAKIM, 1986).

iv) o uso de injunções mínimas, como dois pontos com coordenadas XYZ e um ponto com coordenada Z, contribuem conjuntamente com o modelo matemático teoricamente para minimizar a tendenciosidade, ou seja, de não introduzir erros capazes de degradar o resultado final (FRASER, 1980). Porém, por outro lado os experimentos de HOTTIER (1976) mostram que, se o número de pontos de apoio é inferior a 30, ocorre uma superestimativa da exatidão, e

recomendam o uso de, no mínimo, 15 pontos como uma forma de melhorar a exatidão das coordenadas finais.

g. Seleção do filme

A base fotográfica que apresenta menores ondulações e deformações é a base de vidro. O seu manuseio, porém, é demorado e exige maiores cuidados, além do alto custo. O uso de base de poliéster é mais difundido em trabalhos práticos e, quando usada em câmaras métricas, com dispositivo de vácuo, atinge perfeitamente a planicidade necessária.

Deve ser dada a devida atenção à resolução final do sistema câmara-filme, para que os pontos pré-sinalizados apareçam com nitidez no negativo e se tenha proveito do grande poder de ampliação dos sistemas óticos dos aparelhos de medição atualmente existentes.

Os cuidados com o filme incluem a escolha de uma granulação mais fina, exposição e revelação corretas, e ainda armazenamento adequado.

h. Seleção do equipamento de medição

Os equipamentos de medição de fotocoordenadas podem ser monocomparadores ou estereocomparadores.

A precisão nominal do instrumento de medição tem influência direta na precisão final dos pontos triangulados conforme demonstra FRASER(1984) com a fórmula:

$$S = K.M.\sigma \quad (20)$$

onde S = desvio padrão das coordenadas finais

K = constante que depende da configuração dos pontos e estações, da precisão do operador com as medições e do método de ajustamento

σ = precisão das fotocoordenadas

M = módulo de escala das fotografias.

Os equipamentos de restituição, mais antigos e de menor custo, normalmente são projetados para fotogrametria aérea e têm pouca flexibilidade na variação da distância focal. Com os métodos de ajustamento analítico, estes equipamentos podem ser usados como comparadores e não é necessário ampliar as fotografias para compatibilizá-las com distância focal do equipamento. Os equipamentos mais modernos, como os restituidores analíticos, têm dentre outras características um grande poder de resolução ótica e de ampliação, além de servo-motores de grande sensibilidade, atingindo a precisão nominal de 1 a $3\mu\text{m}$.

Mesmo com equipamento de maior precisão, deve-se verificar se o mesmo está calibrado. Caso isto ocorra, os erros residuais do instrumento serão insignificantes para as aplicações de precisão de fotogrametria a curta distância. Caso contrário, há necessidade de introduzir os termos A e B das equações 41 e 42, que têm a função de compensar a diferença de escala e não perpendicularismo entre os eixos x e y do sistema de medição do equipamento (MARSHALL, 1989).

i. Seleção do tipo de ajustamento

A fototriangulação em fotogrametria a curta distância pode ter solução analógica ou analítica. A solução analógica processa as coordenadas de pontos do espaço objeto em instrumentos fototrianguladores óticos, mecânicos e ótico-mecânicos, de fotografias tomadas exclusivamente na configuração normal.

A solução analítica calcula as coordenadas de pontos do espaço objeto numericamente a partir de coordenadas de pontos do espaço imagem, utilizando o ajustamento por feixe de raios,

considerando cada foto como um feixe de retas concorrentes num ponto (estação de exposição), LUGNANI (1987).

O ajustamento por feixe de raios tem como unidades computacionais básicas os raios que originam-se dos pontos do objeto, passam pela estação de exposição e terminam nos pontos-imagens. A solução de todos os parâmetros simultaneamente considera os feixes de raios de todas as estações de exposição a todos os pontos do objeto. Esta solução é baseada na equação de colinearidade (equação 22), que fornece o chamado modelo funcional, via estimativa das incógnitas pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Este tipo de ajustamento oferece grande flexibilidade nas posições das câmaras que podem ter seus eixos óticos na disposição convergente ou normal. Além disto, pode-se incluir correções aos erros sistemáticos da imagem, melhorando sensivelmente a precisão final das coordenadas. A adoção de técnicas computacionais também facilita o emprego de programas auxiliares destinados ao pré-processamento de coordenadas, cálculo de valores aproximados, detecção de erros e análise de precisão e exatidão. O capítulo 3, que trata dos modelos matemáticos, apresenta as fórmulas correspondentes detalhando os termos das mesmas e o seu emprego prático usando o programa FOTTER.

3. MODELOS MATEMÁTICOS

3.1 MODELO FUNCIONAL E ESTOCÁSTICO

A Fotogrametria Analítica estima as coordenadas dos pontos-objeto e parâmetros adicionais, se houverem, baseando-se no princípio do MMQ. A técnica da estimativa por mínimos quadrados permite que os parâmetros sejam calculados a partir de um sistema super-abundante de observações, onde são minimizadas as variâncias da observação estimada a partir de observações de campo. Matematicamente:

$$\phi = V^t P V \Rightarrow \text{mínimo}, \quad (21)$$

onde ϕ é a função a ser minimizada;

V é o vetor de resíduos das observações, dado por $V = L - L_b$,

sendo L = vetor das observações estimadas;

L_b = vetor das observações reais.

P é a matriz dos pesos das observações.

Para empregar o MMQ no cálculo de parâmetros é necessário formular modelos funcionais e estocásticos apropriados à Fotogrametria .

O modelo funcional a ser adotado neste trabalho é aceito como padrão na comunidade fotogramétrica, consistindo na equação de colinearidade. Esta equação relaciona observações de pontos na imagem (fotocoordenadas) com parâmetros desconhecidos, que são as coordenadas no espaço destes mesmos pontos e posição/orientação da câmara:

$$\begin{aligned} x &= x_o - c \cdot \frac{M_{11} \cdot (X - X_o) + M_{12} \cdot (Y - Y_o) + M_{13} \cdot (Z - Z_o)}{M_{31} \cdot (X - X_o) + M_{32} \cdot (Y - Y_o) + M_{33} \cdot (Z - Z_o)} \\ y &= y_o - c \cdot \frac{M_{21} \cdot (X - X_o) + M_{22} \cdot (Y - Y_o) + M_{23} \cdot (Z - Z_o)}{M_{31} \cdot (X - X_o) + M_{32} \cdot (Y - Y_o) + M_{33} \cdot (Z - Z_o)} \end{aligned} \quad (22)$$

onde:

x, y são as fotocoordenadas observadas;

x_0, y_0 são as coordenadas do ponto principal;

c é a distância focal;

M_{11}, \dots, M_{33} os elementos da matriz de rotação passiva formada pelas rotações ω, ϕ, κ em torno dos eixos X, Y e Z respectivamente;;

X, Y, Z as coordenadas dos pontos no espaço objeto;

X_0, Y_0, Z_0 as coordenadas do centro de exposição

Vale salientar que a matriz de rotação é aplicada na estação de exposição, em relação aos seus próprios eixos. Na sequência adotada nesta pesquisa, $R(\kappa).R(\phi).R(\omega)$, a primeira rotação é realizada em torno do eixo X, a segunda em torno de Y e a terceira em torno de Z.

A dedução desta equação pode ser encontrada em LUGNANI (1987) e MONIWA (1972). À equação da colinearidade podem ser acrescentados parâmetros adicionais para a correção de erros sistemáticos, que serão discutidos no item 2 do Capítulo 3.

O modelo estocástico adotado é o modelo de Gauss-Markov (MARSHALL, 1989), que é um modelo linear, comumente empregado em Fotogrametria, que relaciona as observações (L_b) aos parâmetros (X) da seguinte forma:

$$E(L_b) = AX \quad \text{ou} \quad E(L_a - V) = AX \quad (24)$$

$$E(\varepsilon \varepsilon^t) = \sigma_0^2 \cdot Q = \sigma_0^2 \cdot P^{-1} = \Sigma \quad (25)$$

onde :

ε é vetor dos erros das observações,

σ_0^2 é a variância a priori.

A matriz dos pesos das observações P é determinada a partir do desvio padrão de cada observação (σ_i). Na hipótese de que as observações não sejam correlacionadas entre si a matriz P fica reduzida a uma matriz diagonal, cujos termos são σ_0^2 / σ_i^2 .

Quando ocorre que se escolhe $\sigma_0^2 = \sigma_i^2$ o peso será igual à unidade, por isso o σ_0^2 é chamado de variância da unidade de peso unitário a priori.

Para empregar este modelo considera-se:

1. O número de equações deve exceder o número de parâmetros incógnitos

$$(n > u);$$

2. Os erros das observações são aleatórios com esperança zero:

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma_1^2), \text{ onde } \sigma_1^2 \text{ é a variância da observação};$$

3. As observações são normalmente distribuídas com esperança AX e variância Σ :

$$L_b \sim N(AX, \Sigma);$$

4. As observações são mutuamente independentes.

Como o modelo é linear e as equações de observação não o são, é necessário linearizá-las através da expansão em séries de Taylor:

$$F(x_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x=x_0} \cdot \Delta \hat{x} + \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right|_{x=x_0} \cdot \Delta^2 \hat{x} + \dots + \left. \frac{\partial^n F}{\partial x^n} \right|_{x=x_0} \cdot \Delta^n \hat{x} \quad (26)$$

Na aplicação do MMQ, normalmente os termos de segunda ordem em diante são desprezados. Por isso, é necessário recorrer ao processo iterativo, até que as correções ao ponto de expansão tornem-se desprezíveis do ponto de vista numérico.

A estimativa ótima dos parâmetros seria aquela em que os parâmetros incógnitos são não-tendenciosos e têm variância mínima:

$$E(\hat{X}) = X \quad (\text{n\~ao tendenciosa})$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = \text{m\~{i}nimo (vari\~{a}ncia m\~{i}nima)}$$

A t\~{e}cnica de c\~{a}lculo do MMQ apropriada para os modelos funcionais e estoc\~{a}sticos acima vistos \~{e} o m\~{e}todo param\~{e}trico. Segundo GEMAEL (1984), os par\~{a}metros estimados e suas vari\~{a}ncias podem ser obtidos com as express\~{o}es:

$$\hat{X} = (A^t P A)^{-1} . A^t P L = N^{-1} A^t P L \quad (27)$$

A matriz cofatora dos par\~{a}metros \~{e} dada por:

$$Q_x^\wedge = N^{-1} \quad (28)$$

A matriz vari\~{a}ncia covari\~{a}ncia dos par\~{a}metros \~{e} dada por:

$$\sum \hat{x} = \hat{\sigma}_o^2 . Q_x^\wedge \quad \text{e} \quad \hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^t . P . V}{n - u} \quad (29)$$

A matriz cofatora das observa\~{c}\~{o}es ajustadas por:

$$Q_l^\wedge = A . (A^t P A)^{-1} . A^t \quad (30)$$

E a matriz cofatora dos res\~{i}duos :

$$Q_v = P^{-1} - A(A^t P A)^{-1} . A^t \quad (31)$$

As equa\~{c}\~{o}es (27) e (28) , quando aplicadas \~{a} fototriangula\~{c}\~{a}o apresentam defici\~{e}ncia de posto, que corresponde \~{a}s defini\~{c}~{o}es de tr\~{e}s transla\~{c}~{o}es, tr\~{e}s rota\~{c}~{o}es e escala. Quando a matriz $A^t P A$ tem defici\~{e}ncia de posto, isto \~{e}, $R(A^t P A) < u$, a mesma \~{e} singular e n\~{a}o pode ser invertida

pelas técnicas clássicas de inversão. Uma das maneiras para solucionar o problema de sistemas indefinidos é a imposição de injunções aos parâmetros. Estas injunções podem ser aplicadas sob várias formas, como: coordenada de pontos-objeto, posição e orientação da estação de exposição, distâncias, ângulos horizontais e verticais.

A título de exemplo, são apresentados abaixo vários tipos de injunções, sob a forma de sistemas de equações, que são acrescentadas ao sistema inicial de coordenadas de imagem:

$$\begin{aligned}
 V_1 + A_1X &= C_1 \quad (\text{coordenadas de imagem}) \\
 V_2 + A_2X &= C_2 \quad (\text{parâmetros de orientação externa}) \\
 V_3 + A_3X &= C_3 \quad (\text{coordenadas do espaço objeto}) \\
 V_4 + A_4X &= C_4 \quad (\text{distâncias}) \\
 V_5 + A_5X &= C_5 \quad (\text{diferenças de altura}) \\
 V_6 + A_6X &= C_6 \quad (\text{azimutes}) \\
 V_7 + A_7X &= C_7 \quad (\text{ângulos horizontais}) \\
 V_8 + A_8X &= C_8 \quad (\text{ângulos verticais})
 \end{aligned} \tag{32}$$

O desenvolvimento detalhado destas equações de injunções pode ser encontrado em MARSHALL (1989).

Considerando o modelo matemático acima de forma resumida, podemos agrupar todas as informações adicionais em V_2 , A_2 e L_2 , ficando com:

$$\begin{aligned}
 V_1 + A_1X &= L_1 \\
 V_2 + A_2X &= L_2
 \end{aligned} \tag{33}$$

De forma ainda mais compacta:

$$V + AX = L \tag{34}$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

a solução da equação acima é dada por:

$$X = (A_1^t \Sigma_{L1}^{-1} A_1 + A_2^t \Sigma_{L2}^{-1} A_2)^{-1} \cdot (A_1^t \Sigma_{L1}^{-1} L_1 + A_2^t L_2) \quad (36)$$

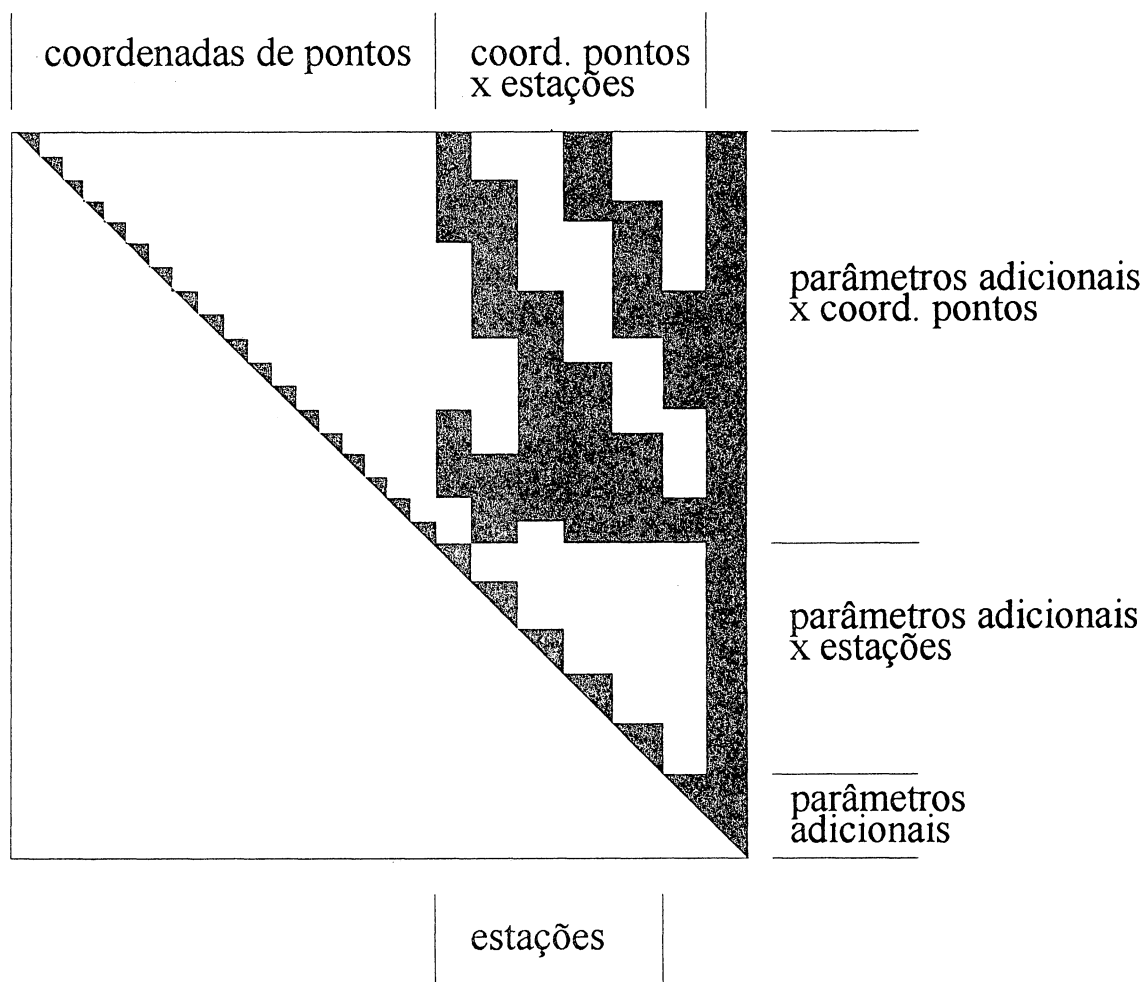
ou:

$$X = (A_1^t P_1 A_1 + A_2^t P_2 A_2)^{-1} \cdot (A_1^t P_1 L_1 + A_2^t P_2 L_2) \quad (37)$$

$$X = (N_1 + N_2)^{-1} \cdot (U_1 + U_2) \quad (38)$$

O procedimento de introdução das injunções é computacionalmente muito fácil. Basta formar a matriz N e depois introduzir, nas posições correspondentes aos parâmetros, os pesos das injunções de apoio (LUGNANI, 1987).

FIGURA 3: PADRÃO DA MATRIZ NORMAL N FORMADA PELO PROGRAMA
FOTTER



3.2 CORREÇÃO DE ERROS SISTEMÁTICOS

Os erros sistemáticos mais importantes em fotogrametria a curta distância são as distorções das lentes, as ondulações e deformações do filme. Os erros sistemáticos nas fotocoordenadas podem ser pré-corrigidos antes do ajustamento ou compensados no processamento simultaneamente com todos os parâmetros (LUGNANI, 1987).

O primeiro método consiste em modelar ou medir os erros, corrigindo-os nas coordenadas observadas antes do ajustamento. Como exemplos: os erros das distorções das lentes são modelados pelas equações (45) e (57), e as correções aplicadas às fotocoordenadas observadas; os erros devidos às ondulações e deformações do filme também podem ser tratados quando as câmaras têm marcas fiduciais ou reseau .

O segundo método é o procedimento de auto calibração. Este procedimento usa o método de incorporar parâmetros adicionais no processo de ajustamento, os quais modelam os erros sistemáticos não eliminados que existem nas fotografias. Os parâmetros adicionais são introduzidos na equação de colinearidade sob a forma de polinômios comuns (BROWN, 1971, FRASER, 1982-B), cujos termos podem ser empíricos ou procuram modelar fisicamente um erro sistemático; ou ortogonais (EL-HAKIM e FAIG, 1980). Os. Alguns exemplos podem ser vistos em MURAY et al (1984).

Os problemas com este método tornam-se graves quando ocorrem "altas" correlações entre os parâmetros adicionais existentes. "Alta" correlação entre parâmetros tornam a solução instável e assim, erros sistemáticos podem não ser determinados com exatidão. O termo superparametrização que, segundo MARSHALL (1989), foi criado por Brown, serve para indicar os sistemas de equações nos quais houve a inclusão de muitos parâmetros, muitos deles sendo irrecuperáveis ou desnecessários, e que podem provocar o mal condicionamento do sistema. Um outro problema que ocorre ao se utilizar a superparametrização é que, aumentando-se o número de parâmetros adicionais pode-se aumentar a precisão interna, sem no entanto melhorar a exatidão (FRASER, 1982-B).

A superparametrização pode ser evitada, segundo MARSHALL (1989), utilizando-se um dos artifícios relacionados a seguir:

i) atribuindo o valor mais aproximado possível e uma variância para o parâmetro adicional (MONIWA, 1972, LUGNANI, 1987) .

ii) acessando as covariâncias dos parâmetros adicionais e eliminando do modelo aqueles parâmetros que têm alta correlação entre si .

iii) eliminando do modelo aqueles parâmetros adicionais que, mesmo sendo recuperáveis, não diferem significativamente de zero.

Para a análise da covariância, existe um método conhecido como análise de componentes principais, que será visto com detalhes no item 3 do Capítulo 4 e será aplicado nesta pesquisa como ferramenta para a eliminação de parâmetros adicionais desnecessários.

O programa computacional utilizado também foi modificado a fim de permitir a supressão de parâmetros . O modelo adotado de parâmetros adicionais recupera os elementos de orientação interna, distorções das lentes, diferença de escala e não ortogonalidade entre os eixos X e Y. Este modelo é o mais difundido na literatura, sendo tradicionalmente empregado em calibração de câmaras aéreas (HAKKARAINEN, 1983) e nos programas de ajustamento com autocalibração em fotogrametria a curta distância:

$$\begin{aligned} x &= x_0 - dr_x - dp_x - dq_x - c \cdot \frac{M_{11} \cdot (X - X_0) + M_{12} \cdot (Y - Y_0) + M_{13} \cdot (Z - Z_0)}{M_{31} \cdot (X - X_0) + M_{32} \cdot (Y - Y_0) + M_{33} \cdot (Z - Z_0)} \\ y &= y_0 - dr_y - dp_y - dq_y - c \cdot \frac{M_{21} \cdot (X - X_0) + M_{22} \cdot (Y - Y_0) + M_{23} \cdot (Z - Z_0)}{M_{31} \cdot (X - X_0) + M_{32} \cdot (Y - Y_0) + M_{33} \cdot (Z - Z_0)} \end{aligned} \quad (39)$$

onde dr_x , dr_y são as componentes da distorção radial em x e y;

dp_x e dp_y são as componentes da distorção descentrada em x e y.

dqx e dqy são as componentes devido à falta de ortogonalidade e diferença de escala entre os eixos X e Y do instrumento de medição, sendo:

$$dqx = A(y - y_0) \quad (40)$$

$$dqy = B(y - y_0)$$

$$A = (1+ds) \operatorname{sen}\beta \quad (41)$$

$$B = (1+ds) \cos\beta - 1 \quad (42)$$

ds = alteração de escala do eixo y com relação ao eixo x.

β = ângulo da não ortogonalidade entre X e Y.

Os termos ds e β podem ser calculados através das fórmulas:

$$ds = -1 + \sqrt{A^2 + (B+1)^2} \quad (43)$$

$$\beta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{A}{B+1} \quad (44)$$

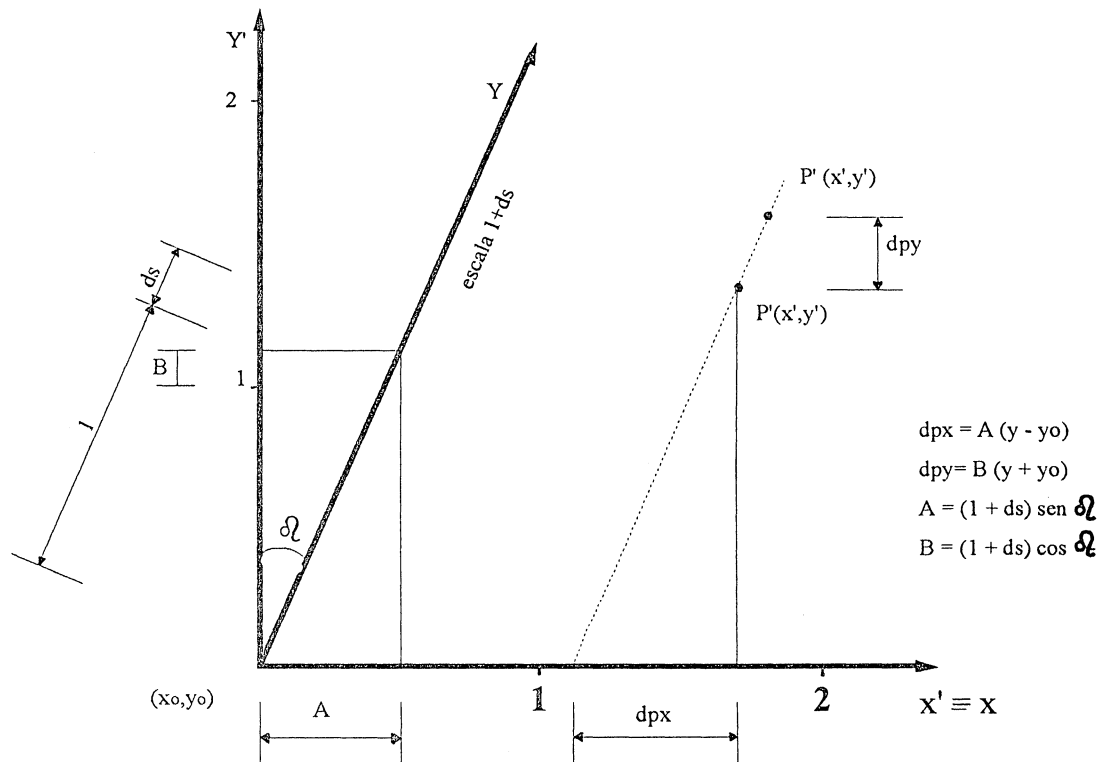
A Figura 4 mostra as relações geométricas de A e B com ds e β . Em MONIWA(1972), encontra-se a dedução completa destes termos.

Os demais elementos são os mesmos já conhecidos da equação da colinearidade.

3.2.1 Modelo de Conrady-Brown para Distorção Radial Simétrica

O sistema de lentes de uma câmara geralmente pode vir a ser a maior fonte de erro em fotogrametria, ao provocar o desvio da imagem de um ponto de sua posição teórica prevista pela condição de colinearidade.

FIGURA 4: TERMOS A E B DE UM SISTEMA NÃO RETANGULAR DE UM INSTRUMENTO DE MEDIÇÃO



As distorções das lentes tratadas em fotogrametria, visando as correções de coordenadas, são a distorção radial e a distorção descentrada. As demais aberrações das lentes têm influência apenas na resolução final da fotografia e não serão discutidas neste trabalho.

A distorção radial das lentes é consequência de seu próprio projeto e fabricação. Resulta em deslocamento radial simétrico da imagem de sua posição ideal. A distorção radial é função da distância do centro do plano da fotografia e também da distância do centro de projeção ao ponto objeto.

Para a correção da distorção radial no plano da imagem emprega-se a fórmula de Conrady-Brown, sendo que geralmente apenas os três primeiros termos têm valor significativo (BROWN, 1971):

$$dr = K_1 r^3 + K_2 r^5 + K_3 r^7 + K_4 r^9 + \dots \quad (45)$$

$$\text{sendo } r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (46)$$

O efeito da distorção radial nas coordenadas x e y da imagem é:

$$d_x = (x - x_0) \cdot \frac{dr}{r} \quad (47)$$

$$d_y = (y - y_0) \cdot \frac{dr}{r}$$

Partindo dos valores das constantes K_1 , K_2 e K_3 conhecidos para duas distâncias de planos de foco S_1 e S_2 podemos, através das fórmulas a seguir, desenvolvidas por BROWN e apresentada por FRYER(1988), encontrar os novos valores para uma distância de foco S qualquer:

$$K_{1S} = \left(1 - \frac{c}{s}\right)^3 \cdot \frac{K_{1S1} \cdot \alpha_s}{\left(1 - \frac{c}{S_1}\right)^3} + \frac{(1 - \alpha_s)}{\left(1 - \frac{c}{S_2}\right)^3} \cdot K_{1S2} \quad (48)$$

$$K_{2S} = \left(1 - \frac{c}{s}\right)^5 \cdot \frac{K_{2S1} \cdot \alpha_s}{\left(1 - \frac{c}{S_1}\right)^5} + \frac{(1 - \alpha_s)}{\left(1 - \frac{c}{S_2}\right)^5} \cdot K_{2S2} \quad (49)$$

$$K_{3S} = \left(1 - \frac{c}{s}\right)^7 \cdot \frac{K_{3S1} \cdot \alpha_s}{\left(1 - \frac{c}{S_1}\right)^7} + \frac{(1 - \alpha_s)}{\left(1 - \frac{c}{S_2}\right)^7} \cdot K_{3S2} \quad (50)$$

onde K_{1S} , K_{2S} , K_{3S} são os coeficientes para a distância S ;

K_{1S1} , K_{2S1} , K_{3S1} são os coeficientes para a distância S_1 ;

K_{1S2} , K_{2S2} , K_{3S2} são os coeficientes para a distância S_2 ;

c é a distância focal.

$$\alpha_s = \frac{S_2 - s}{S_2 - S_1} + \frac{S_1 - c}{S - c} \quad (51)$$

Tomando-se S_2 como sendo a distância de calibração com o foco para o infinito, a fórmula fica mais simplificada:

$$K_{1S} = \left(1 - \frac{c}{s}\right)^3 \cdot \frac{K_{1S1} \cdot \alpha_s}{\left(1 - \frac{c}{s}\right)^3} + (1 - \alpha_s) \cdot K_{1S2} \quad (52)$$

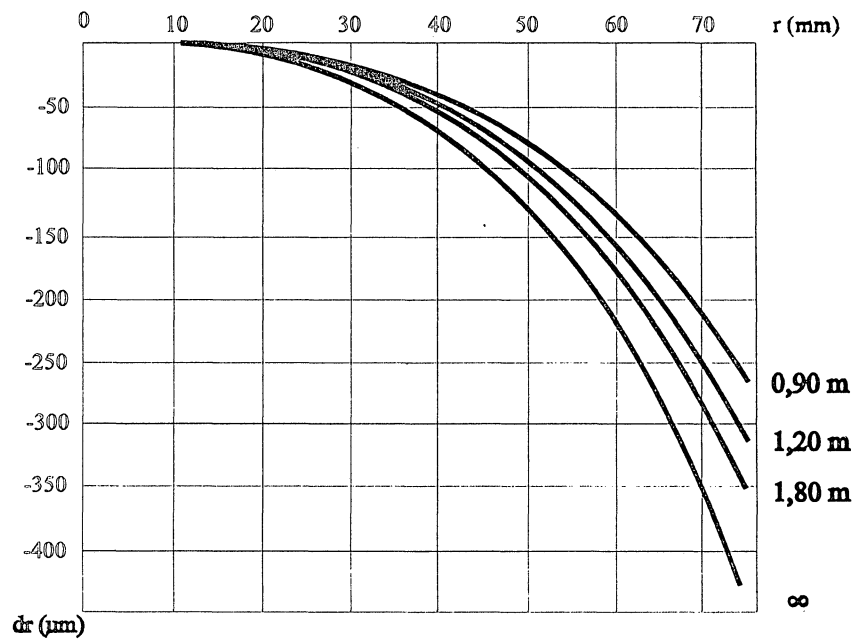
$$K_{2S} = \left(1 - \frac{c}{s}\right)^5 \cdot \frac{K_{2S1} \cdot \alpha_s}{\left(1 - \frac{c}{s}\right)^5} + (1 - \alpha_s) \cdot K_{2S2} \quad (53)$$

$$K_{3S} = \left(1 - \frac{c}{s}\right)^7 \cdot \frac{K_{3S1} \cdot \alpha_s}{\left(1 - \frac{c}{s}\right)^7} + (1 - \alpha_s) \cdot K_{3S2} \quad (54)$$

$$\text{sendo } \alpha_s = \frac{S_1 - c}{S - c} \quad (55)$$

A figura (5) mostra um exemplo de quatro curvas de distorção radial simétrica de uma câmara, com distâncias ao plano de foco variando de 0,90m ao infinito (BROWN, 1971)

FIGURA 5. CURVAS DE DISTORÇÃO RADIAL SIMÉTRICA PARA VÁRIAS DISTÂNCIAS CÂMARA-PLANO DE FOCO (BROWN,1971)



A distorção radial também varia com a distância dentro da "profundidade de campo" , isto é , com a distância efetiva entre a câmera e o ponto objeto. Para esta variação, BROWN(1971) usando semelhança de triângulos e a lei das lentes, definiu o parâmetro $\gamma_{ss'}$ dado por:

$$\gamma_{ss'} = \frac{(s-c).s'}{(s'-c).s} \quad (56)$$

A fórmula (45) assume a forma:

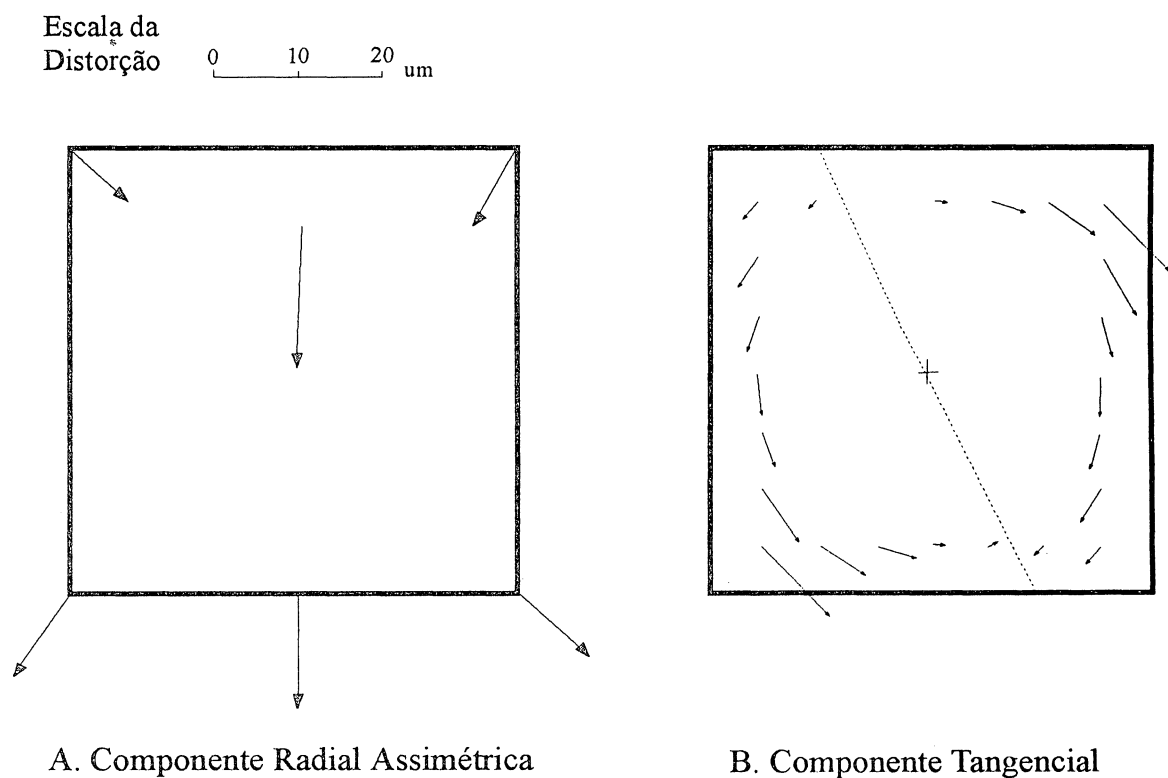
$$dr_{ss'} = \gamma_{ss'}^2 . K_{1S} r^3 + \gamma_{ss'}^4 . K_{2S} r^5 + \gamma_{ss'}^6 . K_{3S} r^7 + \dots \quad (57)$$

A aplicação prática destas fórmulas requer o conhecimento da distância S_1 do plano de foco selecionada na câmara e da distância S a cada ponto a calcular. A distância S pode ser obtida após uma triangulação inicial; em seguida, procede-se ao cálculo das correções dx e dy nas fotocoordenadas e finalmente é feita nova triangulação. Segundo BROWN(1971), os novos resultados melhoram significativamente.

3.2.2 Modelo de Conrady-Brown para a Correção da Distorção Descentrada

Quando um conjunto de lentes é montado, é impossível, ou muito difícil obter a situação onde todos os elementos tenham um eixo ótico comum. Os elementos das lentes podem ter um pequeno deslocamento ou podem ser um pouco inclinados, o que causa a chamada distorção descentrada, que tem duas componentes: radial e tangencial, como mostra a Figura 6.

FIGURA 6: COMPONENTES DA DISTORÇÃO DESCENTRADA NUMA IMAGEM FOTOGRÁFICA (HAKKARAINEN, 1983)



As fórmulas foram desenvolvidas com base no modelo de Conrady por BROWN(1966):

$$\begin{aligned} d_x &= (1 + P_3 \cdot r^2 + P_4 \cdot r^4 + \dots)(P_1[r^2 + 2\bar{x}^2] + 2 \cdot P_2 \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}) \\ d_y &= (1 + P_3 \cdot r^2 + P_4 \cdot r^4 + \dots)(P_2[r^2 + 2\bar{y}^2] + 2 \cdot P_1 \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}) \end{aligned} \quad (57)$$

onde:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= (x - x_0) \\ \bar{y} &= (y - y_0) \\ r &= (x^2 + y^2)^{1/2} \end{aligned}$$

Os parâmetros da equação (57) normalmente significativos são apenas P_1 e P_2 .

A equação (57) é válida para o foco no infinito. Para o foco finito a distorção descentrada é multiplicada por $(1 - \frac{c}{s})$, segundo FRYER e BROWN (1986), onde c é a distância focal e s a distância do plano do objeto na qual a câmara está focada. Para considerar a variabilidade dentro da profundidade de campo usa-se o mesmo coeficiente da distorção radial simétrica da fórmula (56), desenvolvida por BROWN (1971). As correções nas coordenadas x e y de cada ponto na distância S , passam então a serem dadas por:

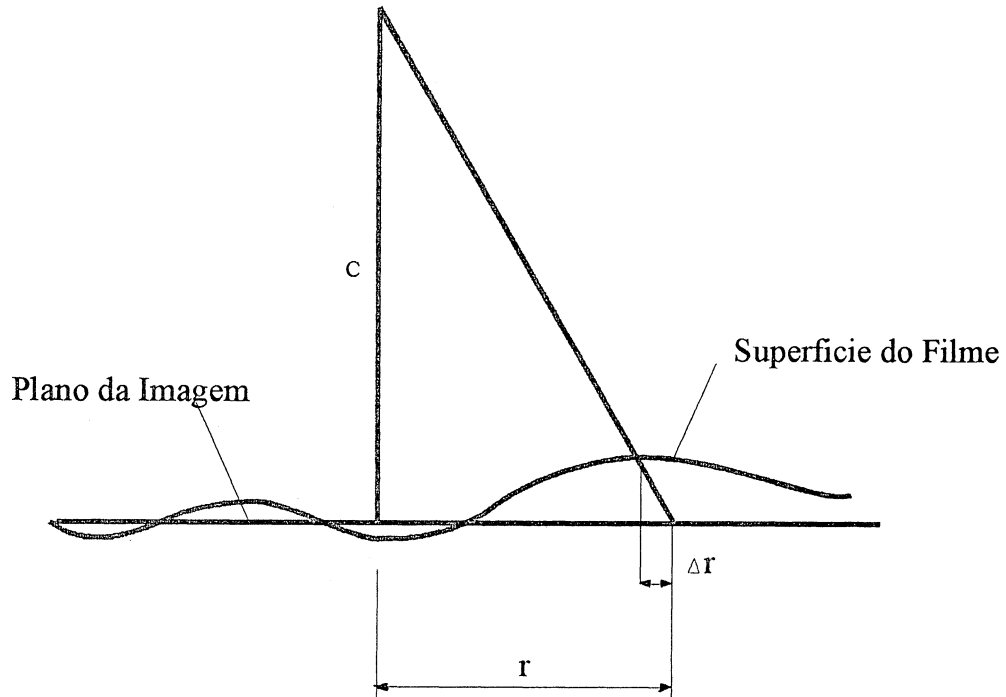
$$\begin{aligned} dxS' &= \gamma_{ss'} \left(1 - \frac{c}{s}\right) [P_1 (r^2 + 2(x - x_0)^2) + 2P_2 (x - x_0) (y - y_0)] \\ dyS' &= \gamma_{ss'} \left(1 - \frac{c}{s}\right) [P_2 (r^2 + 2(y - y_0)^2) + 2P_1 (x - x_0) (y - y_0)] \end{aligned} \quad (58)$$

Os experimentos de FRYER e BROWN (1986) mostram que os efeitos dessa variação da distorção descentrada é bem menor que os efeitos equivalentes de distorção radial simétrica.

3.2.3 Ondulações e deformações do filme

Uma das concepções básicas de condição de colinearidade é que todos os pontos-imagem caem num mesmo plano normal ao eixo ótico principal. No entanto, as superfícies fotográficas não são planas e a consequência é que o ponto se desloca radialmente de sua posição verdadeira (Figura 7).

FIGURA 7: DESLOCAMENTO RADIAL Δr DA POSIÇÃO DA IMAGEM DE UM PONTO DEVIDO À ONDULAÇÃO DO FILME (MARSHALL, 1989)



As bases fotográficas podem ser em placas de vidro, em filme de acetato ou poliéster. O filme pode ser usado ainda cortado ou em rolo. A escolha da base fotográfica nem sempre é livre porque depende do tipo da câmara disponível e muitos modelos só trabalham com filme.

As bases fotográficas de placa de vidro são as mais planas com micro ondulações com altura dentro de uma faixa de 3 a 5 μ m , BROWN (1989). Estas placas deveriam sempre ser utilizadas em levantamentos de alta precisão, porém são difíceis de manusear, são mais caras e atualmente difíceis de serem obtidas.

As bases fotográficas de acetato, além da rugosidade própria, têm sua superfície deformada por várias causas. Segundo KURE (1971) esta deformação chega a 0,05% em extensão .

Principalmente com as câmaras que não têm um sistema de planificação do filme, as ondulações e deformações podem se constituir na principal fonte de erros (FRASER,1982-B). Com estes fatores, a precisão de medição das fotocoordenadas é da ordem de 12 μ m em filme de rolo e de 3 μ m em filme planificado ou placa de vidro KENNEDY (1971), KÖLBI (1976). Em câmaras comuns de 35mm, o bulbo do filme chega a 500 μ m, segundo os testes de DONNELLY e FRYER (1989), mas em câmaras aéreas com vácuo, os microbulbos desviam-se do plano em apenas 6 μ m (MEIER,1972). O recurso mais empregado para planificar o filme é criar um vácuo atrás do filme.

Os filmes sofrem várias deformações causadas por diversos motivos como : variação de tração, temperatura e umidade; que ocorrem nas fases de exposição, processamento da revelação, armazenamento e copiagem.

Para eliminar os erros causados pelas deformações do filme em câmara métrica existem as marcas fiducias. Nas semi-métricas, o melhor método é incorporar um reseau, que consiste de uma chapa de vidro montada em frente ao plano focal, com uma malha de cruzeiras finas, com posições pré-determinadas medidas cuidadosamente .

As correções de filme com marcas de reseau ou marcas fiduciais podem ser feitas satisfatoriamente com a transformação afim no plano, equação (59). Esta transformação deixa

resíduos da ordem de $3\mu\text{m}$, com câmaras semi-métricas, que podem ser negligenciadas para a fotogrametria a curta distância. Ao mesmo tempo as coordenadas transformadas passam também do sistema do equipamento de medição, para o sistema de coordenadas fotográfico, que é o empregado na equação da colinearidade.

$$\begin{aligned}x' &= a_1x + a_2y + a_3 \\ y' &= a_4x + a_5y + a_6\end{aligned}\tag{59}$$

onde:

x, y são as coordenadas lidas;

x', y' são as coordenadas transformadas e

a_1, \dots, a_6 são os coeficientes da transformação afim no plano.

No entanto, em testes realizados para este trabalho com um negativo de formato 60x60mm com reseau foram identificados resíduos muito maiores que os citados acima, chegando a $5,4\mu\text{m}$. Em negativo de formato 35x25mm, o resíduo máximo encontrado foi de $2,4\mu\text{m}$.

A propagação de variância dos parâmetros de transformação afim, obtidos de pontos de fotografias que, transformados, apresentam resíduos grandes, pode deteriorar a variância das fotocoordenadas em até quatro vezes. Isto indica que o uso de fotografias obtidas com câmaras semi-métricas de grande formato ou câmaras não-métricas carecem de maiores cuidados na análise dos resíduos da transformação afim, pois a deformação sofrida pelo filme talvez seja melhor modelada por outros parâmetros.

Os erros provocados pela rugosidade do filme, variação de espessura e pequenas ondulações que existem até mesmo em filmes com sistema de planificação são difíceis de eliminar. MARSHALL (1989) e KENNEFICK (1971) recomendam que uma forma de reduzir os efeitos destes erros é utilizar uma câmara com distância focal maior. A Figura 8 mostra que a correção necessária é inversamente proporcional à distância focal.

As correções a cada coordenada x e y , caso seja conhecido o Δh , seriam dadas pelas fórmulas (60):

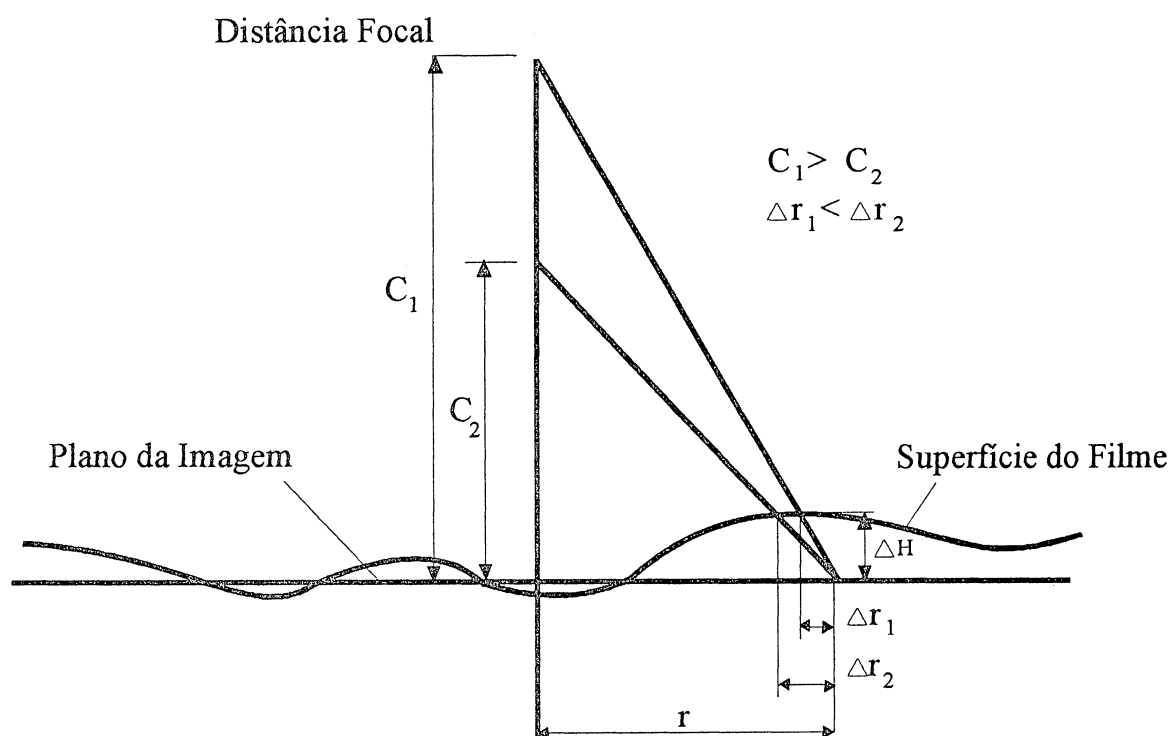
$$\Delta x = \frac{x}{c} \cdot \Delta h$$

$$\Delta y = \frac{y}{c} \cdot \Delta h$$

(60)

sendo Δh a altura da ondulação.

FIGURA 8. A DISTÂNCIA FOCAL MAIOR C_1 COMPENSA MELHOR OS ERROS DEVIDO ÀS ONDULAÇÕES DO FILME



3.3 O PROGRAMA FOTTER

O programa FOTTER é uma versão do programa do Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade, disponível no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR. As modificações introduzidas incluem tradução da linguagem de programação FORTRAN para PASCAL; acréscimo do algoritmo de Cholesky para cálculo do sistema de equações; substituição do algoritmo de inversão de matrizes; acréscimo de rotinas para gerenciamento de memória virtual e arquivos; alteração da sequência dos parâmetros na matriz normal que foi invertida (antes começava com os parâmetros adicionais, depois estações e depois pontos). Esta mudança de ordem foi necessária para tirar proveito, no algoritmo de Cholesky, da grande quantidade de elementos nulos existentes na matriz normal.

A análise do padrão de matriz normal N é fundamental para que se possa tirar proveito de suas características e otimizar os algoritmos de resolução. Normalmente, as dimensões de N em aerofotogrametria podem chegar a alguns milhares de parâmetros e mesmo em fotogrametria a curta distância chega à casa de centenas. Desta forma, a quantidade $n \times n$ cria problemas sérios de espaço e tempo de processamento nos computadores.

Para resolver estes problemas são empregadas várias técnicas, como:

- executar a partição sucessiva da matriz N e inverter submatrizes;
- calcular a matriz normal reduzida e inverter;
- calcular matrizes bandadas e inverter;
- resolver o sistema por métodos de decomposição , como Choleski e Crout;
- fazer partição de N e resolver também por métodos de decomposição.

Cada algoritmo tem vantagens e desvantagens, mas a diferença principal entre o emprego de técnicas de inversão e de decomposição é que a primeira permite análise de precisão dos parâmetros calculados, dentre eles as coordenadas de pontos, enquanto que a segunda técnica não permite esta análise.

Nesta pesquisa, o método utilizado para a resolução de N é misto. Na etapa inicial até se atingir a convergência utiliza-se o método de Choleski em cada iteração. Após a convergência, e no caso de ser necessário analisar a matriz Qx , calcula-se a inversa de N .

O método de Cholesky para uma matriz $n \times n$ executa um total de $(n^3/6 + 3n^2/2 + n/3 + n)$ operações, número bem menor que as n^3 dos processos de inversão. Além do mais, conforme mostra a figura 9, existe uma grande quantidade de elementos nulos, que pode chegar a 90% de N , dos quais é possível tirar vantagem nos algoritmos de decomposição. Sendo assim, foram desenvolvidas rotinas que armazenam e operam apenas com os elementos não nulos no método de Choleski, reduzindo ainda mais o número de operações. O programa FOTTER inclui este algoritmo preparado para uso em micro-computadores do tipo PC. Como estes computadores têm memória principal limitada a 640 Kbytes, não permitem resolução de sistemas de equações completos e de forma direta com pouco mais de uma centena de incógnitas. A solução para este problema consiste em recorrer ao armazenamento externo em disco rígido ou virtual e ainda proceder à alocação dinâmica de variáveis na memória RAM.

A solução dos sistemas utilizando o método de Choleski usa a matriz triangular superior formada pelos elementos não nulos e os nulos internos (como representado na Figura 9). A solução do sistema com inversão usa a triangular superior cheia, emprega o algoritmo INVRS desenvolvido por CAFFREY (1980), que é o mais eficiente entre os que foram testados, cujo número de operações aproxima-se de $n^3/2$. Nos dois casos, a matriz triangular superior é armazenada totalmente em disco rígido ou virtual, por coluna, e a resolução é feita por partes. A matriz triangular é dividida em blocos compatíveis com o espaço disponível na memória principal e que são processados sucessivamente até fazer toda a decomposição no caso de Choleski (Figura 8), ou a inversão, no caso de INVRS. A solução do vetor X é obtida de forma semelhante.

FIGURA 9: DISPOSIÇÃO DOS ELEMENTOS NULOS E NÃO-NULOS DA MATRIZ NORMAL ANTES DA DECOMPOSIÇÃO. APÓS A DECOMPOSIÇÃO, ALGUNS NULOS INTERNOS PODEM TORNAR-SE NÃO-NULOS

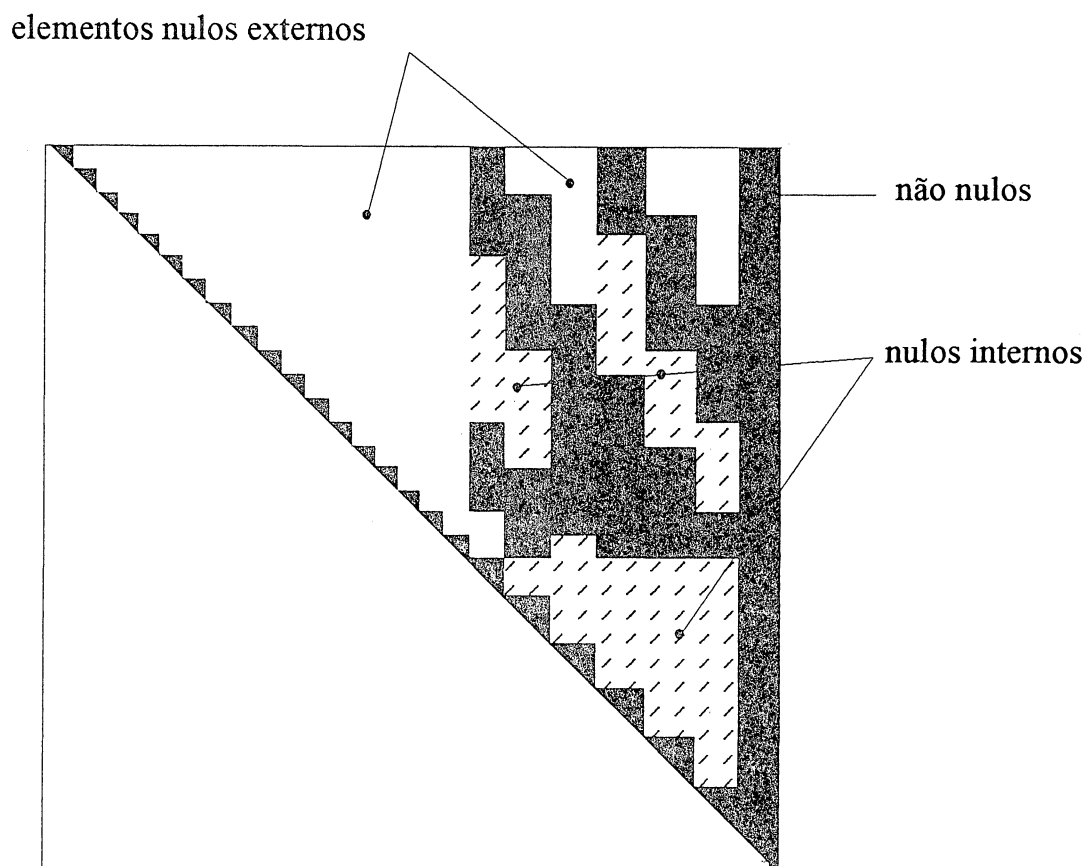
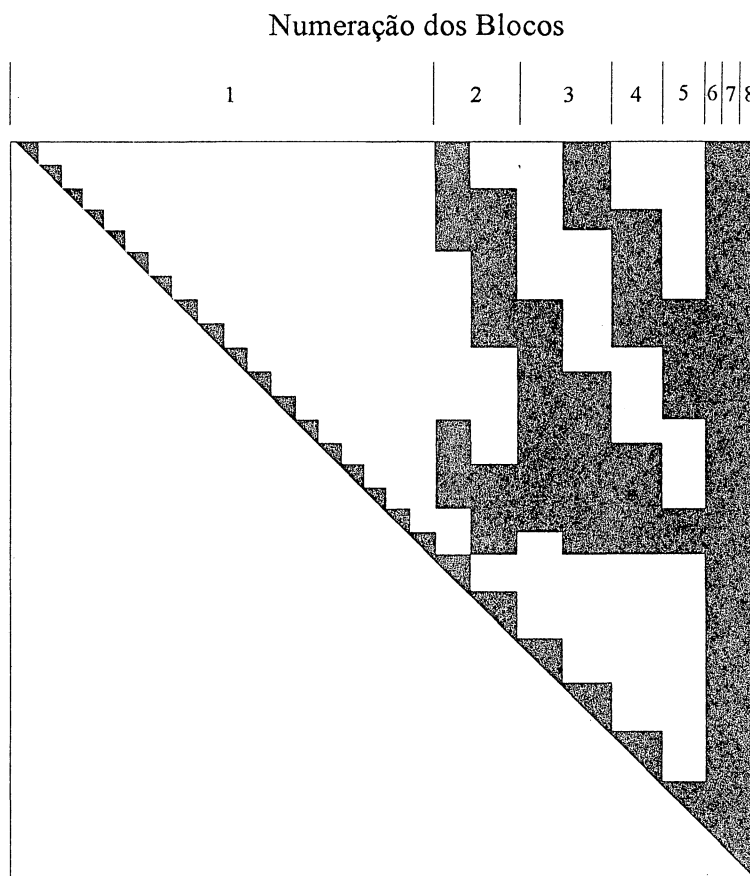


FIGURA 10: EXEMPLO DA DIVISÃO DA MATRIZ N EM BLOCOS DE COLUNAS.
APENAS OS ELEMENTOS NÃO-NULOS E NULOS INTERNOS SÃO
ARMAZENADOS POR COLUNA,



O processo de dividir a matriz em blocos é equivalente ao usado por FERREIRA (1990) com o Método de CROUT-modificado.

As injunções possíveis de introduzir no programa FOTTER são a orientação e posição das estações, coordenadas de pontos-objeto, distâncias e diferenças de altura. Estas injunções são os dados mais fáceis de obter e aplicar na prática.

Os parâmetros adicionais disponíveis no programa são os elementos de orientação interna, c, x_0, y_0 ; os parâmetros das distorções das lentes radial simétrica K_1, K_2, K_3 e descentrada P_1, P_2 ; e os termos A e B , destinados à correção da não-ortogonalidade e diferença de escala entre os eixos X e Y do equipamento de medição das fotocoordenadas. A não inclusão de parâmetros é feita com a colocação de um código próprio na sua posição do arquivo de entrada.

O desempenho do programa para 487 incógnitas, em micro-computador com clock de 66 Mhz e co-processador aritmético e armazenamento em disco virtual, pode ser avaliado pelos seguintes dados:

- tempo de cada iteração com formação da matriz normal,
decomposição e solução com o Método de Choleski.....: 1min45s;
- tempo de processamento da inversão com INVRS.....: 40min42s;
- tempo total com 5 iterações mais inversão.....: 49min30s;
- tamanho do arquivo executável: 75.184 bytes;
- tamanho do arquivo fonte.....: 80.283 bytes.

3.4. ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

A análise de componentes principais tem dois objetivos. O primeiro é reduzir o número de variáveis previamente consideradas numa pesquisa, sem acarretar em perdas significativas de informações. O segundo é definir qual o conjunto de variáveis que explicam a maior parte da variabilidade total.

Componentes principais são combinações lineares de variáveis aleatórias que têm propriedades especiais em termos de variâncias. Num estudo, quase sempre interessam apenas as combinações lineares com variâncias grandes, pois se o valor de uma variável não muda muito de uma observação para outra, deve fornecer pouca informação para a pesquisa (NETO e OLANDOSKI, 1987).

Estas características da análise de componentes principais parecem ser bem apropriadas para emprego na fotogrametria, quando se trata de escolher parâmetros adicionais não correlacionados a serem introduzidos nos modelos matemáticos. As componentes principais obtidas podem ajudar perfeitamente a eliminar alguns parâmetros não significativos. A importância da escolha adequada de parâmetros em fotogrametria é discutida no item 3.2.

Partindo-se de um conjunto de n variáveis $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, procede-se à sua transformação linear e ortogonal num igual número de novas variáveis y_1, y_2, \dots, y_n , chamadas de componentes principais, que têm a propriedade de serem não correlacionadas.

As variáveis y_i são escolhidas de forma que y_1 tem variância máxima, y_2 tem variância máxima sem ser correlacionada com y_1 , e assim por diante. A transformação é obtida encontrando os autovalores e autovetores da matriz variância covariância de x . Os autovalores são arranjados em ordem decrescente e, ao mesmo tempo, são também as variâncias de y .

Geometricamente, estas combinações lineares representam a seleção de um novo sistema de coordenadas obtido por rotação do sistema original.

Os resultados a seguir mostram as propriedades das componentes principais.

a) RESULTADO 1:

Num vetor aleatório $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^t$, com matriz de covariância Σ conhecida, suas componentes principais serão combinações lineares de x_i :

$$\begin{aligned} Y_1 &= c_{11}.X_1 + c_{21}.X_2 + \dots + c_{n1}.X_n \\ Y_2 &= c_{12}.X_1 + c_{22}.X_2 + \dots + c_{n2}.X_n \\ &\vdots \\ Y_n &= c_{1n}.X_1 + c_{2n}.X_2 + \dots + c_{nn}.X_n \end{aligned} \quad (61)$$

Se $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ são os autovalores de Σ e $\overset{\vee}{c}_1, \overset{\vee}{c}_2, \dots, \overset{\vee}{c}_n$ são os autovetores normalizados correspondentes, então:

$$y_1 = \overset{\vee}{c}_1^t X = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n \quad (62)$$

a segunda componente principal será:

$$y_2 = c_2^t X = c_{12}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{n2}x_n \quad (63)$$

e a n -ésima :

$$y_n = \overset{\vee}{c_n^t} X = c_{1n}x_1 + c_{2n}x_2 + \dots + c_{nn}x_n \quad (64)$$

Em notação matricial :

$$\mathbf{Y}_{(n,1)} = \mathbf{c}_{(n,n)}^{\vee} \cdot \mathbf{X}_{(n,1)} \quad (65)$$

Alguns comentários complementares podem ser feitos sobre este resultado:

1. A matriz de covariância Σ é igual a $CD_{\lambda}C^t$, onde D_{λ} é uma matriz diagonal formada pelos auto-valores de Σ e C^t é a matriz cujas colunas são autovetores de Σ .

2. O fato dos autovetores serem normalizados implica que existe uma solução única para as componentes principais.

b) RESULTADO 2:

Seja $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^t$ um vetor de média $\mu = E(X)$ e matriz de covariância Σ . Sendo y_1, y_2, \dots, y_n as componentes principais tem-se:

$$1) E(y_j) = c_j^t \cdot \mu; \quad (66)$$

$$2) \text{Var}(y_j) = \lambda_j; \quad (67)$$

$$3) \text{Cov}(y_i, y_j) = 0; \quad i \neq j \quad (68)$$

$$4) \text{Var}(y_1) \geq \text{Var}(y_2) \geq \dots \geq \text{Var}(y_n) \geq 0; \quad (69)$$

$$5) \sum_{j=1}^n \text{Var}(y_j) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \text{Tr } \Sigma; \quad (70)$$

$$6) \prod_{j=1}^n \text{Var}(y_j) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n = |\Sigma| \quad (71)$$

c) RESULTADO 3:

Seja $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^t$ com matriz de covariância:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdot & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdot & \sigma_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdot & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (72)$$

cujos autovalores e autovetores são: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ e C_j , $j=1, n$, respectivamente e seja y_j , $j=1, n$ as componentes principais, tem-se que:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 = \sum_{j=1}^n \text{Var}(x_j) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{j=1}^n \text{Var}(y_j) \quad (73)$$

Este resultado diz que a variância total de população $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2$ é igual à soma dos autovalores $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$ da matriz Σ . Consequentemente, a proporção de variância total explicada pela j -ésima componente principal é dada por:

$$\frac{\lambda_j}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n} \quad j = 1, \dots, n \quad (74)$$

Assim, se a maior parte da variância populacional puder ser atribuída a poucas componentes principais, então estas componentes podem substituir as n variáveis originais sem grande perda de informação.

Além disso, cada componente dos autovetores pode auxiliar na interpretação da componente principal. A magnitude de C_{ij} mede a importância da i -ésima variável x_i para j -ésima componente principal y_j .

d) RESULTADO 4:

Se $y_1 = c_1^v X$, $y_2 = c_2^v X$, $y_n = c_n^v X$, são as n componentes principais obtidas da matriz de covariância Σ e do vetor das variáveis x , então o coeficiente de correção entre x_i e y_j é:

$$\phi_{x_i, y_j} = \text{Corr}(x_i, y_j) = \frac{C_{ij} \sqrt{\lambda_j}}{\sigma_j} \quad (75)$$

Para aplicar a análise de componentes principais nas sub-matrizes variâncias-covariâncias correspondentes aos parâmetros adicionais, foi desenvolvido o programa ANÁLISE em linguagem PASCAL. O programa realiza as operações envolvidas nas fórmulas (61) a (75), tendo ainda alguns cuidados extras convenientes à aplicação na fotogrametria, que são citados nos itens 1 e 2 da descrição das etapas do algoritmo, a seguir:

1. - NETO e OLANDOSKI (1987) citam que é conveniente usar a matriz de correlações das variáveis x , quando as unidades de medidas forem muito diferentes, como é o caso do modelo de correção de erros adotado neste trabalho. Sendo assim o programa também pode calcular, opcionalmente, a matriz de correlação da matriz de variâncias-covariâncias de entrada;

2. - calcula os autovalores e autovetores de Σ , usando o algoritmo de Jacobi, desenvolvido por EVANS (1980) e traduzido para o PASCAL. Este algoritmo é muito eficiente e calcula os autovalores e autovetores mesmo de matrizes semi-definidas positivas. Para garantir que as sub-matrizes de entrada do programa sejam positivas definidas, isto é, que atendam à condição exigida da matriz normal, foi introduzido um teste usando a decomposição de Choleski que é adequada para esta finalidade

3. - calcula as componentes principais pela fórmula $Y=C^t \cdot X$, efetuando o cálculo de y_1 a y_n :

$$\begin{aligned} y_1 &= c_1^t \cdot X \\ y_2 &= c_2^t \cdot X \\ &\dots\dots\dots \\ y_n &= c_n^t \cdot X \end{aligned} \quad (76)$$

4. - calcula a proporção de participação da variância de cada componente principal e sua participação acumulada:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{var}} &= \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n & (77) \\ 1^{\text{a}} \text{ componente} &: \frac{\lambda_1}{\Sigma_{\text{var}}} \\ 2^{\text{a}} \text{ componente} &: \frac{\lambda_2}{\Sigma_{\text{var}}} \\ &\vdots \\ n^{\text{a}} \text{ componente} &: \frac{\lambda_n}{\Sigma_{\text{var}}} \end{aligned}$$

5. - calcula os coeficientes de correlação entre as variáveis x_i e as componentes y_j através da fórmula:

$$\text{Corr}(x_i, y_j) = \frac{C_{ij} \sqrt{\lambda_j}}{\sigma_i} \quad (78)$$

gerando a matriz M CCP (Matriz de Correlações das Componentes Principais) a seguir:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{C_{11} \cdot \lambda_1}{\sigma_1} & \frac{C_{12} \cdot \lambda_2}{\sigma_1} & \dots & \frac{C_{1n} \cdot \lambda_n}{\sigma_1} \\
 \frac{C_{21} \cdot \lambda_1}{\sigma_2} & \frac{C_{22} \cdot \lambda_2}{\sigma_2} & \dots & \frac{C_{2n} \cdot \lambda_n}{\sigma_2} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \frac{C_{n1} \cdot \lambda_1}{\sigma_n} & \frac{C_{n2} \cdot \lambda_2}{\sigma_n} & \dots & \frac{C_{nn} \cdot \lambda_n}{\sigma_n}
 \end{bmatrix} \quad (79)$$

O arquivo de saída do programa apresenta todos estes elementos expostos acima e com eles é possível efetuar a análise de componentes principais das variáveis X.

4. APLICAÇÃO PRÁTICA DA METODOLOGIA

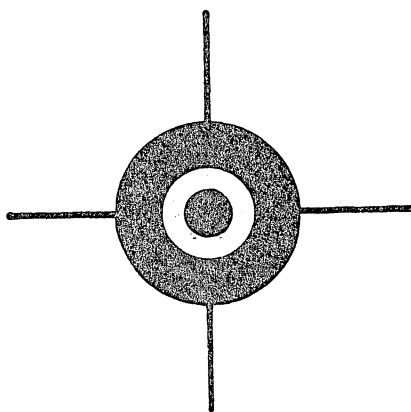
4.1 DEFINIÇÕES INICIAIS

O levantamento fotogramétrico escolhido para aplicar todos os aspectos discutidos nesta pesquisa nos capítulos anteriores, consta de um tanque cilíndrico vertical com aproximadamente 13,00m de diâmetro e 9,50m de altura, utilizado para estocagem de óleo combustível. O referido tanque pertence à CHESF - Companhia Hidrelétrica do São Francisco e localiza-se em Recife, Pernambuco.

Após o reconhecimento do local, foram definidos os seguintes elementos:

1. escolha do sinal para pontos pré-sinalizados, conforme a figura 11. As dimensões dos círculos destes sinais foram definidos após teste de resolução do sistema câmara-filme, usando a metodologia apresentada por BÄHR et al (1984) e em função da variação de distâncias de campo entre tanque e posições previstas para a câmara. O sinal foi reproduzido em papel e colado em filme adesivo tipo "Contact" e preso à superfície do tanque.

FIGURA 11: DESENHO DO SINAL (ESCALA 1:1)



2. O número de estações foi escolhido de modo que cada ponto aparecesse em, no mínimo, três fotografias. A quantidade ideal de estações, levando em conta este critério, é de doze estações, no entanto, devido a problemas por ocasião do levantamento foram tomadas apenas onze, conforme representa-se na figura 12.

Usou-se a câmara métrica UMK 10/1318 com lentes Lamegon 8/100. Em cada estação de exposição foram tomadas duas fotografias, com abertura do diafragma 22, com distância do plano de foco selecionada entre 8.00 e 10.00m, sendo que a primeira fotografia foi tomada com velocidade 1/15 s e a segunda com 1/8 s. O filme disponível era próprio para câmaras aéreas, pancromático, e foi cortado na largura compatível com o formato da UMK.

3. Para o sistema de referência, foram utilizados pontos de uma micro-rede geodésica ajustada, objeto da dissertação de CARNEIRO (1993). A partir dos pontos da rede foram medidos os pontos escolhidos para apoio sobre a superfície já pré-sinalizada do tanque.

4. Como uma alternativa ao apoio, foram medidas cuidadosamente seis fitas de aço com 6,90m e quatro com 9,00m de comprimento para serem colocadas na horizontal e vertical, respectivamente. Nas fitas horizontais, foram coladas pequenas esferas de plástico e nas verticais, os sinais de papel adesivo. Por ocasião dos trabalhos de campo, verificou-se que a aderência de sinais de papel sobre a fita não era muito boa, podendo os mesmos se desprenderem como ocorreu com a V-2, que não pode ser incluída no ajustamento. Também não foi incluída a fita horizontal H-2, porque coincidentemente ficava em frente à posição da estação perdida e uma de suas extremidades apareceu em apenas uma imagem.

5. As posições dos eixos do sistema de referência foram escolhidas de modo que o eixo Z ficasse paralelo ao eixo da primeira fotografia, como representado na Figura 12.

FIGURA 12. DISPOSIÇÃO DAS ESTAÇÕES DE EXPOSIÇÃO, APOIOS E SISTEMA DE REFERÊNCIA

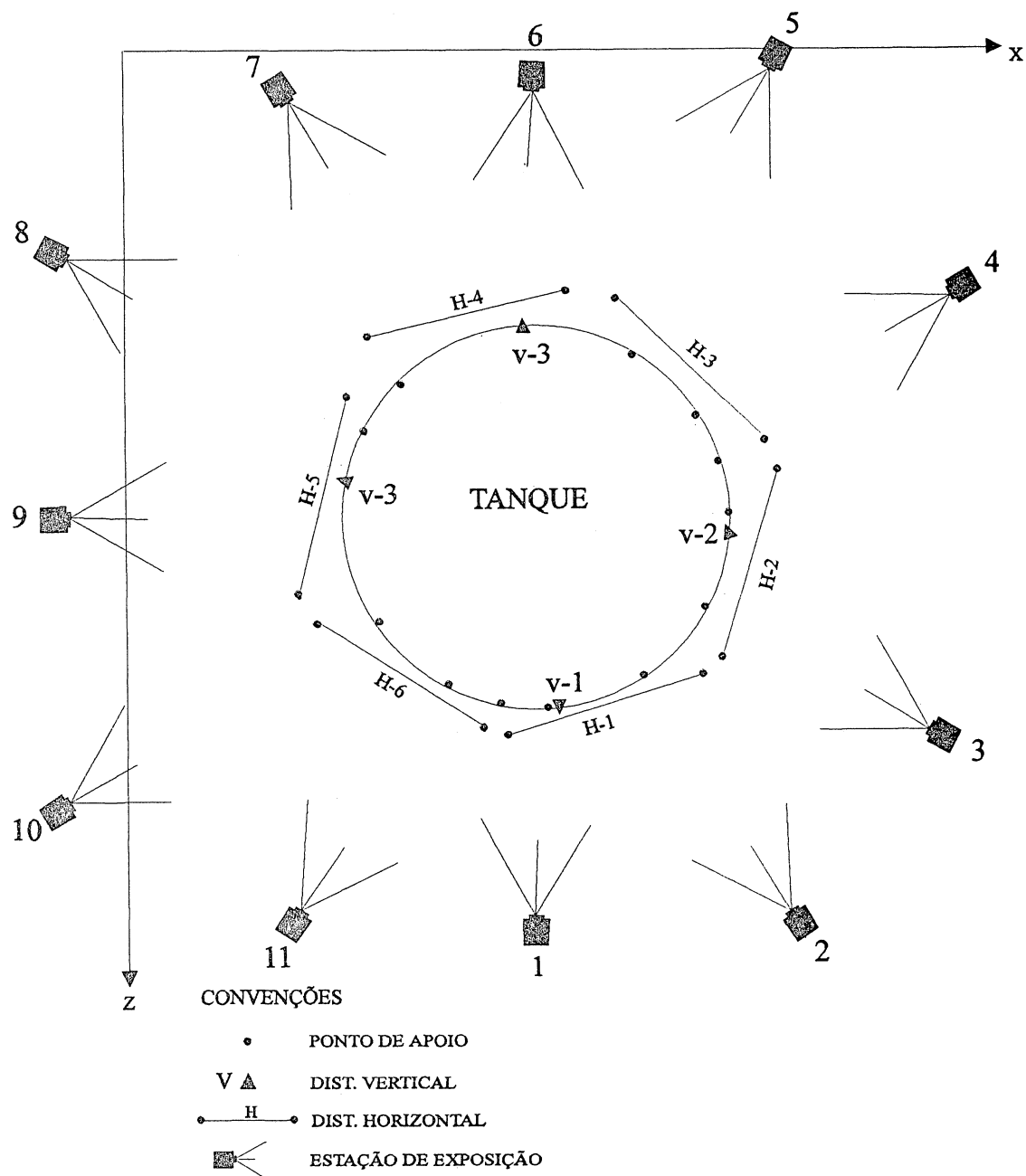
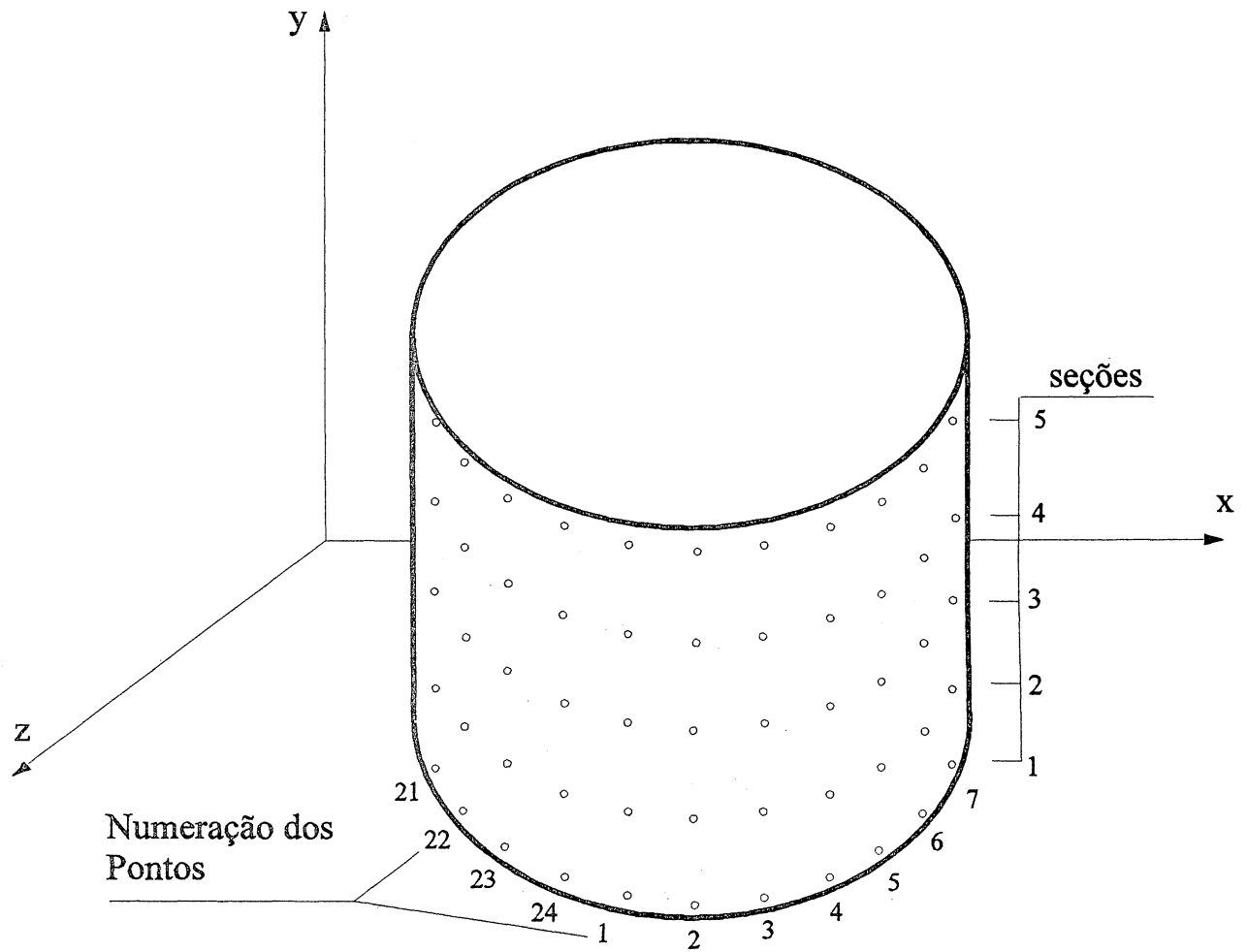


FIGURA 13. DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS PRÉ-SINALIZADOS SOBRE A
SUPERFÍCIE DO TANQUE



4.2 PROCESSAMENTO DOS DADOS

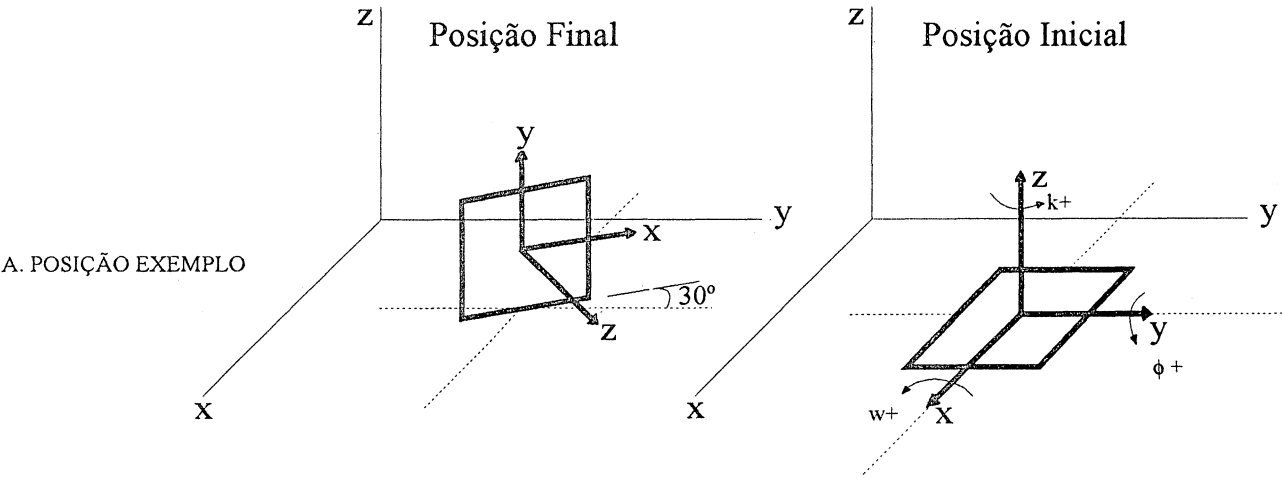
Após a tomada das fotografias e sua revelação, foram efetuadas as medidas das coordenadas no Planicomp C-100, do DeCart-UFPE. Foram efetuadas cinco leituras de cada marca fiducial e quatro dos demais pontos, usando um dos conjuntos de negativos. Em seguida, todas as leituras foram tratadas, calculando-se a média e o desvio padrão de cada ponto. Este procedimento permitiu a detecção de erros grosseiros na numeração e a eliminação de leituras de pontos com desvio padrão acima de $8\mu\text{m}$. Posteriormente, foi realizada a transformação de coordenadas de máquina para coordenadas do sistema fotogramétrico, aplicando-se a transformação afim no plano. Nesta transformação, ao mesmo tempo, também é feita a correção da deformação do filme.

O arquivo de entrada do programa FOTTER foi montado e feitos vários testes para a definição do sigma a priori e variâncias dos parâmetros adicionais, pontos de apoio, distâncias e fotocoordenadas, tentando a convergência da resolução da matriz normal.

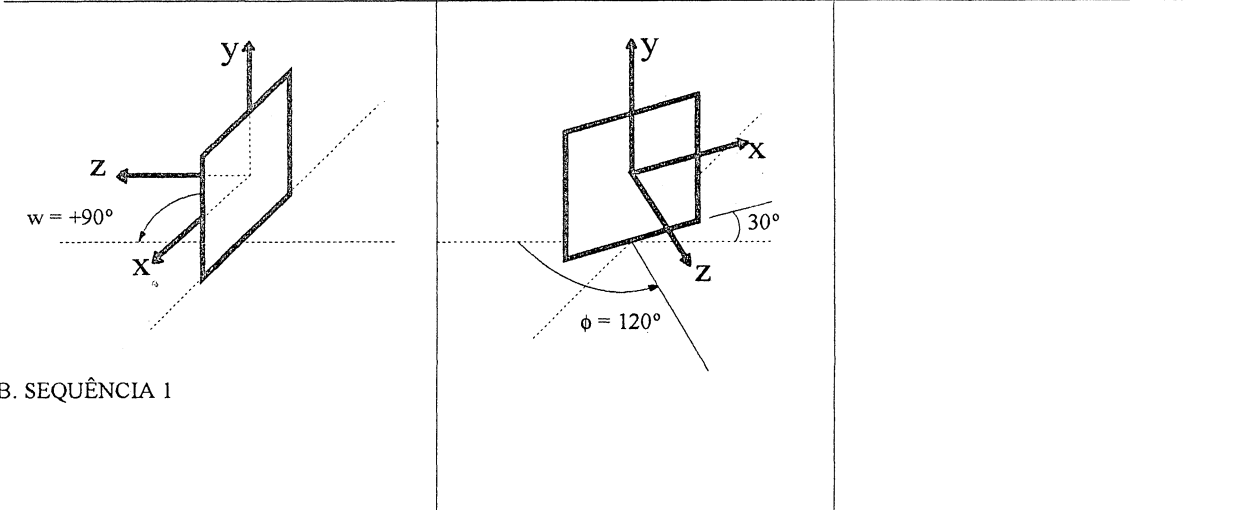
A geração dos valores aproximados em fotogrametria com câmaras convergentes, num levantamento como este, não é tarefa muito simples. É necessário que se tenha um bom croqui da área e do objeto, para que se possa estimar as coordenadas aproximadas dos pontos e as posições das estações.

Para estimar as orientações das estações é necessário que se tenha pontos com coordenadas razoavelmente bem definidas, para então se processar uma recessão espacial de cada 3 ou 4 fotografias de cada vez. De qualquer forma, os ângulos iniciais devem ser estimados graficamente, seguindo a seqüência de multiplicação da matriz de rotação do programa. A Figura (14) procura mostrar como podem ser estimados os ângulos a partir da primeira rotação, aplicada em torno do eixo X, a segunda em torno do eixo Y e finalmente a terceira em torno do eixo Z.

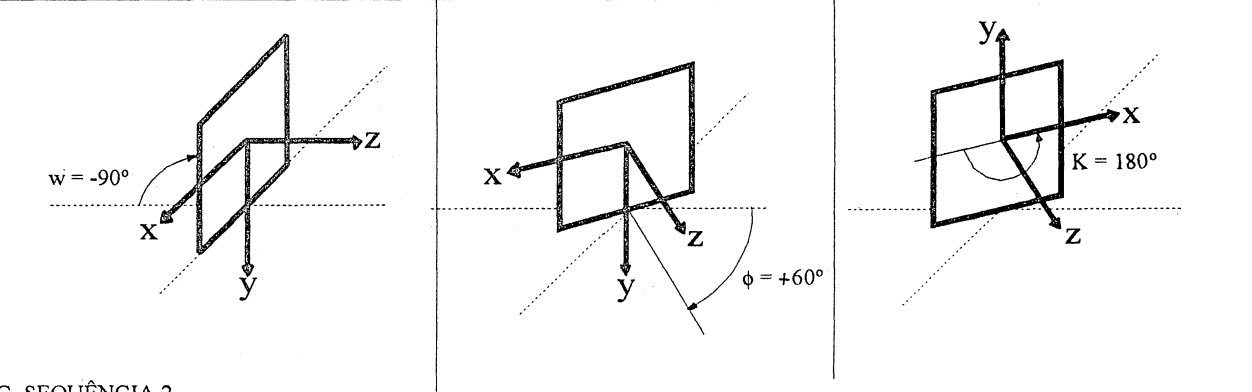
FIGURA 14: EXEMPLO DE APLICAÇÃO DE ROTAÇÕES NO SISTEMA DE REFERÊNCIA DA ESTAÇÃO DE EXPOSIÇÃO, OBEDECENDO À SEQUÊNCIA DE MULTIPLICAÇÃO DA MATRIZ $R(\kappa).R(\phi).R(\omega)$.



1ª ROTAÇÃO ω	2ª ROTAÇÃO ϕ	3ª ROTAÇÃO κ
$+90^\circ$	$+120^\circ$	0°



$+90^\circ$	$+60^\circ$	$+180^\circ$
-------------	-------------	--------------



O teste do χ^2 foi utilizado como indicador da qualidade do ajustamento sendo calculado pelo próprio programa, através de uma fórmula aproximada que tem precisão suficiente para $u > 100$. O valor de $\hat{\sigma}_0^2$ acompanha a tendência do χ^2 , ou seja, se o $\hat{\sigma}_0^2$ tem valor próximo de σ_0^2 , o χ^2 calculado está dentro da faixa de aceitação do teste. Considerar o σ_0^2 igual à variância das fotocoordenadas tem a vantagem de facilitar a sua avaliação e ao mesmo tempo torna os pesos das observações igual à unidade. Quando os pesos das foto-coordenadas são muito grandes, da ordem de 10^5 , acabam gerando valores muito altos, acumulados em certas posições da matriz normal, após as sucessivas multiplicações; que podem trazer problemas devido a erros de truncamento de dígitos significativos por ocasião da operação de inversão.

Surgiram alguns problemas de mal condicionamento da matriz normal provocados por valores iniciais ruins. Mesmo após o refinamento dos valores iniciais, continuaram os problemas de instabilidade numérica, sempre numa posição da matriz referente à fotografia n.9. A instabilidade ocorria na fase de decomposição da matriz normal pelo algoritmo de Choleski e apenas na primeira iteração. Para solucionar o problema, foi introduzido no programa FOTTER o artifício de somar 0,0001 ao valor do elemento da diagonal, pois caso contrário o programa acusaria um erro ao tentar calcular a raiz quadrada de um número negativo e abortaria. Nas iterações posteriores, o problema já não se repetia, mas a localização exata do problema só foi encontrada quando observou-se a sub-matriz variância covariância da fotografia n.9 (Tabela 1, caso 1), onde aparecem valores exageradamente altos para as variâncias e covariâncias dos ângulos ω e κ . Esta anomalia desapareceu simplesmente quando o sistema de coordenadas foi rotacionado de 15 graus em ϕ (Caso 2). Constatou-se que a instabilidade ocorre no cálculo da matriz de rotação $R(\kappa).R(\phi).R(\omega)$, que pode apresentar o mesmo resultado com mais de uma combinação de operação com os ângulos, como pode ser visto por exemplo na Figura (14). Para confirmação, foram realizados testes rotacionando o sistema de referência, de modo que Z ficasse na vertical (Caso 3), no lugar do eixo Y da disposição anterior. Com a nova disposição, nenhuma fotografia, inclusive a n. 9, apresentou variâncias e covariâncias grandes

Conseguida a convergência e eliminados alguns pontos com erros grosseiros, passou-se para a escolha dos parâmetros adicionais a serem recuperados no processo de ajustamento com auto-calibração, com o programa ANALISE, que segue o algoritmo descrito no capítulo 3.4 para análise das componentes principais. Os parâmetros adicionais disponíveis são c , x_0 , y_0 , K_1 , K_2 , K_3 , P_1 , P_2 , A e B , que podem ser suprimidos ou não, dependendo do uso de um código adequado no arquivo de entrada do programa FOTTER.

A sub-matriz variância-covariância correspondente a todos os parâmetros adicionais fornecida pelo programa FOTTER é colocada em arquivo de entrada do programa ANALISE gerando a Tabela 2, que mostra a matriz de correlações, as componentes principais e suas variâncias e, finalmente, a nova matriz de correlação dos parâmetros antigos com os novos, ou seja a MCCP-Matriz de Correlações das Componentes Principais.

A observação desta tabela mostra que 8(oito) dos parâmetros respondem por 99,26% dos 10(dez) existentes. Dois não são significativos e podem ser eliminados. O processo de escolha dos parâmetros a eliminar não é tão simples e direta porque a MCCP mostra que existem correlações consideráveis (acima de 0,8) com vários parâmetros entre si como por exemplo: de Y_1 com K_2 , K_3 , P_1 ; de Y_2 com y_0 , P_2 .

O processo de eliminação procurou definir um critério a ser sempre seguido, em outras análises. Após muitas tentativas e várias combinações de eliminação, foram selecionados os resultados apresentados nas tabelas (1) a (4) que são bastante expressivas de como chegar a análise final. Quando foram eliminados K_3 e P_1 (Tabela 3), com base no primeiro experimento, as variâncias indicaram que poderia ser eliminado ainda mais um parâmetro. A Tabela 3 mostra ainda que passou a existir uma forte correlação entre os parâmetros K_2 - P_2 . Se além de K_3 , P_1 , também for eliminado P_2 , aparece correlação entre K_2 e A (Tabela 4). Com base nos vários testes e começando a análise a partir de uma sub-matriz com todos os parâmetros adicionais disponíveis, a conclusão é a seguinte:

A matriz de correlações da variável antiga informa quais parâmetros têm correlação considerável (como por exemplo acima de 0,8); e as variâncias das componentes principais dão

um indicativo de quantos podem ser eliminados com base no valor de sua participação relativa, caso seja muito pequena. Na avaliação da Tabela 2 foi considerado que dois parâmetros poderiam ser eliminados porque participavam com apenas 0,74%. Observa-se ainda que a MCCP fornece informações semelhantes quanto às correlações, mas além disto, mostra claramente que todas as variáveis antigas com autocorrelação aparecem com valores altos na formação das principais variáveis novas ou da principal. Voltando à Tabela 2, do teste inicial: as variáveis K_2 , K_3 e P_1 , que apresentam grande correlação entre si, aparecem na componente principal mais importante Y_1 . Com base nesta observação e verificando quais as variáveis que têm menos valor absoluto, foram eliminados K_2 e K_3 . O resultado apresentado na Tabela 5 mostra que desta vez a componente principal menos importante influi em 3,15%, o que já não é uma participação desprezível. Além disso, na MCCP não aparecem correlações acima de 0,8 com mais de uma variável antiga.

A comparação do ajustamento com todos os parâmetros, menos K_2 e K_3 sob as mesmas condições de injunções e geometria, mostrou que não houve mudança nas coordenadas dos pontos e na precisão dos mesmos até a quarta casa decimal, comprovando que tais parâmetros eram desnecessários e que o método proposto é uma boa ferramenta para auxiliar na escolha de parâmetros adicionais.

Muitos experimentos de diversos autores mostram que na maioria dos casos apenas o parâmetro K_1 é suficiente para descrever a curva da distorção radial de câmaras e realmente confirmou-se que o padrão da UMK necessita apenas de K_1 (curva aproximada de uma parábola de 2° grau).

No caso do uso de modelos de correção de erros sistemáticos com polinômios ortogonais, por exemplo, a eliminação de alguns termos pode ser mais difícil, e o uso das componentes principais pode ajudar bastante. Em testes realizados com os dados de pesquisa não publicada e cedidos gentilmente pelo eng. Marconi Antão dos Santos ficou claro que de 12 (doze) parâmetros, apenas cinco seriam suficientes para corrigir 99,95% dos erros sistemáticos.

Os resultados apresentados aplicam-se às condições e equipamentos usados nesta pesquisa. Mudança da câmara, equipamento de medição, disposição das estações e até a forma do objeto provocam alterações nas correlações entre os parâmetros, sendo assim, é necessário repetir todo o procedimento de análise das componentes principais.

O método de correção da distorção radial simétrica com a variação da distância da câmara a cada ponto do objeto, visto no item 3.2.1 foi aplicado nesta pesquisa, usando apenas o termo K_1 e os termos K_1 , K_2 , K_3 ; porém não houve a esperada melhora significativa na precisão dos pontos e portanto os resultados não são apresentados.

T A B E L A 1 - SUB-MATRIZES VARIÂNCIA-COVARIÂNCIA DA ESTAÇÃO
N. 9 EM TRÊS SISTEMAS DE REFERÊNCIA

CASO 1 :

ORIENTAÇÃO INICIAL : XZ HORIZONTAL, Y NA VERTICAL

ω	5.24E+1						
φ	1.72E-2	2.24E-3					
κ	5.24E+1	1.73E-2	5.25E+1				
XC	3.66E-4	1.10E-6	3.66E-4	1.18E-4			
YC	-1.70E-3	-3.62E-6	-1.70E-3	-3.04E-5	2.36E-4		
ZC	-4.20E-4	1.02E-5	-4.18E-4	3.41E-6	-1.80E-6	2.08E-4	

CASO 2 :

ORIENTAÇÃO COM GIRO DE 15° EM TORNO DE Y

ω	4.33E-2						
φ	1.63E-4	2.22E-3					
κ	4.06E-2	1.50E-4	4.04E-2				
XC	-1.07E-5	-2.52E-6	-1.06E-5	1.22E-4			
YC	5.07E-5	3.07E-7	4.77E-5	-2.89E-5	2.36E-4		
ZC	-3.83E-6	1.03E-5	-1.15E-6	-1.97E-5	-9.60E-6	2.04E-4	

CASO 3 :

ORIENTAÇÃO COM Z NA VERTICAL

ω	2.76E-3						
φ	-3.70E-5	2.21E-3					
κ	3.18E-4	-5.63E-6	2.42E-3				
XC	1.52E-7	1.06E-5	2.54E-6	2.08E-4			
YC	2.85E-6	2.64E-7	3.76E-7	3.41E-6	1.18E-4		
ZC	-1.28E-5	-1.28E-6	-1.28E-6	-1.79E-6	-3.04E-5	2.36E-4	

- OBS. 1.apenas o caso 1 apresenta valores altos para variâncias e covariâncias dos ângulos ω e κ
 2.para verificação da posição da estação n. 9 veja-se a figura 12
 3.a matriz de rotação usada é $R(\kappa)R(\varphi)R(\omega)$ passiva

T A B E L A 2 : ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS COM OS PARÂMETROS
C, xo, yo, K1, K2, K3, P1, P2, A, B

MATRIZ DE CORRELAÇÕES DE X

	F	xo	yo	K1	K2	K3	P1	P2	A	B
F	1.00	0.08	-0.00	-0.03	0.01	-0.01	0.01	-0.05	0.05	-0.00
xo	0.08	1.00	0.00	-0.03	-0.26	0.10	-0.06	0.01	0.17	-0.01
yo	-0.00	0.00	1.00	-0.00	0.05	-0.06	0.07	0.72	-0.01	-0.03
K1	-0.03	-0.03	-0.00	1.00	-0.00	0.01	-0.00	0.01	0.21	-0.02
K2	0.01	-0.26	0.05	-0.00	1.00	-0.95	0.90	0.05	0.03	0.03
K3	-0.01	0.10	-0.06	0.01	-0.95	1.00	-0.98	-0.06	-0.04	-0.08
P1	0.01	-0.06	0.07	-0.00	0.90	-0.98	1.00	0.07	0.03	0.09
P2	-0.05	0.01	0.72	0.01	0.05	-0.06	0.07	1.00	-0.00	-0.19
A	0.05	0.17	-0.01	0.21	0.03	-0.04	0.03	-0.00	1.00	0.09
B	-0.00	-0.01	-0.03	-0.02	0.03	-0.08	0.09	-0.19	0.09	1.00

COMPONENTES PRINCIPAIS

COMPONENTE		VARIÂNCIA		
		ABSOLUTA	RELATIVA	% ACUMULADO
Y 1	3.601662E-0001	2.947583E+0000	29.48 %	29.48 %
Y 2	-5.155926E+0000	1.745972E+0000	17.46 %	46.94 %
Y 3	2.044677E+0001	1.279292E+0000	12.79 %	59.73 %
Y 4	-5.907699E+0001	1.091218E+0000	10.91 %	70.64 %
Y 5	3.388620E+0001	9.865894E-0001	9.87 %	80.51 %
Y 6	-6.956642E+0001	9.149367E-0001	9.15 %	89.66 %
Y 7	5.963287E+0000	7.023921E-0001	7.02 %	96.68 %
Y 8	-4.452586E+0000	2.578675E-0001	2.58 %	99.26 %
Y 9	-1.667589E+0000	7.040262E-0002	0.70 %	99.96 %
Y10	-1.695098E-0001	3.747309E-0003	0.04 %	100.00 %

MATRIZ DE CORRELAÇÕES DAS COMP. PRINCIPAIS - MCCP

	Y 1	Y 2	Y 3	Y 4	Y 5	Y 6	Y 7	Y 8	Y 9	Y10
C	0.01	-0.07	0.23	-0.62	0.34	-0.67	0.05	-0.02	-0.00	-0.00
xo	-0.21	0.04	0.51	-0.52	-0.01	0.56	0.34	0.00	0.05	0.00
yo	0.14	0.89	0.06	-0.05	-0.22	-0.13	0.03	0.35	0.00	0.00
K1	0.00	0.01	0.53	0.64	0.25	-0.20	0.46	0.00	0.00	-0.00
K2	0.97	-0.08	-0.05	0.03	0.08	-0.02	-0.06	0.01	0.20	0.02
K3	-0.99	0.08	-0.04	0.06	-0.03	-0.08	-0.05	-0.01	0.02	0.05
P1	0.97	-0.06	0.05	-0.07	0.01	0.10	0.09	-0.01	-0.17	0.03
P2	0.13	0.92	0.04	0.00	-0.04	-0.02	-0.02	-0.36	0.01	-0.00
A	0.03	-0.05	0.80	0.11	-0.03	0.04	-0.58	0.01	-0.01	-0.00
B	0.09	-0.29	0.19	-0.04	-0.87	-0.29	0.16	-0.08	0.02	0.00

T A B E L A 3 : ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS COM OS PARÂMETROS
C, xo, yo, K1, K2, P2, A, B

MATRIZ DE CORRELAÇÕES DE X

	C	xo	yo	K1	K2	P2	A	B
C	1.00	0.08	0.04	-0.03	0.02	-0.03	0.05	-0.01
xo	0.08	1.00	-0.00	-0.03	-0.49	0.22	0.17	-0.00
yo	0.04	-0.00	1.00	-0.02	-0.02	-0.02	-0.01	0.15
K1	-0.03	-0.03	-0.02	1.00	-0.01	0.04	0.21	-0.01
K2	0.02	-0.49	-0.02	-0.01	1.00	-0.87	0.02	-0.13
P2	-0.03	0.22	-0.02	0.04	-0.87	1.00	-0.06	0.09
A	0.05	0.17	-0.01	0.21	0.02	-0.06	1.00	0.08
B	-0.01	-0.00	0.15	-0.01	-0.13	0.09	0.08	1.00

COMPONENTES PRINCIPAIS

COMPONENTE		VARIÂNCIA		
		ABSOLUTA	RELATIVA	% ACUMULADO
Y 1	-8.023869E-0005	2.124116E+0000	26.55 %	26.55 %
Y 2	6.825969E-0003	1.248645E+0000	15.61 %	42.16 %
Y 3	8.000306E-0003	1.156327E+0000	14.45 %	56.61 %
Y 4	-2.635710E-0002	1.071894E+0000	13.40 %	70.01 %
Y 5	1.765426E-0002	8.779154E-0001	10.97 %	80.99 %
Y 6	-1.133325E-0002	8.370527E-0001	10.46 %	91.45 %
Y 7	1.953305E-0003	6.057611E-0001	7.57 %	99.02 %
Y 8	-5.131029E-0004	7.829006E-0002	0.98 %	100.00 %

MATRIZ DE CORRELAÇÕES DAS COMP. PRINCIPAIS - MCCO

	Y 1	Y 2	Y 3	Y 4	Y 5	Y 6	Y 7	Y 8
C	0.01	0.21	0.15	-0.78	0.43	-0.37	0.02	-0.00
xo	0.60	0.24	-0.11	-0.40	-0.34	0.31	-0.44	0.07
yo	0.03	0.07	0.76	-0.01	0.28	0.57	0.09	0.01
K1	0.03	0.61	-0.25	0.43	0.53	0.01	-0.30	-0.00
K2	-0.97	0.09	0.02	-0.03	-0.06	-0.00	-0.07	0.21
P2	0.88	-0.17	-0.06	0.16	0.21	-0.12	0.26	0.18
A	0.04	0.83	-0.05	-0.03	-0.32	0.03	0.44	-0.00
B	0.19	0.17	0.69	0.28	-0.26	-0.51	-0.23	0.01

T A B E L A 4 : CÁLCULO DE COMPONENTES PRINCIPAIS COM OS PARÂMETROS
C, xo, yo, K1, K2, A, B

MATRIZ DE CORRELAÇÕES DE X

	C	xo	yo	K1	K2	A	B
C	1.00	0.07	0.04	-0.04	0.02	-0.03	-0.02
xo	0.07	1.00	-0.00	-0.07	-0.50	0.23	-0.02
yo	0.04	-0.00	1.00	-0.02	-0.02	-0.02	0.16
K1	-0.04	-0.07	-0.02	1.00	-0.01	0.05	-0.03
K2	0.02	-0.50	-0.02	-0.01	1.00	-0.87	-0.14
A	-0.03	0.23	-0.02	0.05	-0.87	1.00	0.10
B	-0.02	-0.02	0.16	-0.03	-0.14	0.10	1.00

COMPONENTES PRINCIPAIS

COMPONENTE		VARIÂNCIA		
		ABSOLUTA	RELATIVA	% ACUMULADO
Y 1	-7.201068E-0006	2.135378E+0000	30.51 %	30.51 %
Y 2	1.318632E-0002	1.164223E+0000	16.63 %	47.14 %
Y 3	-2.459331E-0002	1.091471E+0000	15.59 %	62.73 %
Y 4	2.615399E-0002	9.678846E-0001	13.83 %	76.56 %
Y 5	8.860848E-0003	8.410302E-0001	12.01 %	88.57 %
Y 6	8.457047E-0003	7.203385E-0001	10.29 %	98.86 %
Y 7	-3.497812E-0004	7.967475E-0002	1.14 %	100.00 %

MATRIZ DE CORRELAÇÕES DAS COMP. PRINCIPAIS - MCCP

	Y 1	Y 2	Y 3	Y 4	Y 5	Y 6	Y 7
C	0.00	0.17	-0.68	0.60	0.36	0.13	-0.00
xo	0.61	-0.09	-0.41	-0.01	-0.30	-0.60	0.07
yo	0.03	0.75	0.05	0.23	-0.59	0.17	0.01
K1	0.01	-0.26	0.58	0.73	-0.04	-0.23	-0.00
K2	-0.97	0.03	-0.04	0.00	0.00	-0.11	0.21
A	0.89	-0.08	0.17	0.02	0.11	0.36	0.18
B	0.19	0.70	0.31	-0.12	0.51	-0.34	0.01

T A B E L A 5 : ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS COM OS PARÂMETROS
C, xo, yo, K1, P1, P2, A, B

MATRIZ DE CORRELAÇÕES DE X

	C	xo	yo	K1	P1	P2	A	B
C	1.00	0.09	-0.00	-0.03	-0.02	-0.05	0.05	0.00
xo	0.09	1.00	-0.00	-0.04	-0.62	-0.01	0.19	-0.02
yo	-0.00	-0.00	1.00	-0.01	-0.02	0.72	-0.01	-0.04
K1	-0.03	-0.04	-0.01	1.00	0.06	0.01	0.22	-0.02
P1	-0.02	-0.62	-0.02	0.06	1.00	0.07	-0.08	-0.12
P2	-0.05	-0.01	0.72	0.01	0.07	1.00	0.00	-0.20
A	0.05	0.19	-0.01	0.22	-0.08	0.00	1.00	0.09
B	0.00	-0.02	-0.04	-0.02	-0.12	-0.20	0.09	1.00

COMPONENTES PRINCIPAIS

COMPONENTE		VARIÂNCIA		
		ABSOLUTA	RELATIVA	% ACUMULADO
Y 1	4.245370E-0003	1.790500E+0000	22.38 %	22.38 %
Y 2	1.641486E-0002	1.666380E+0000	20.83 %	43.21 %
Y 3	1.777477E-0003	1.209183E+0000	15.11 %	58.33 %
Y 4	-3.546542E-0002	1.008137E+0000	12.60 %	70.93 %
Y 5	2.869220E-0002	9.842789E-0001	12.30 %	83.23 %
Y 6	8.575110E-0003	7.366069E-0001	9.21 %	92.44 %
Y 7	-6.668899E-0003	3.525258E-0001	4.41 %	96.85 %
Y 8	-4.833859E-0003	2.523884E-0001	3.15 %	100.00 %

MATRIZ DE CORRELAÇÕES DAS COMP. PRINCIPAIS - MCCP

	Y 1	Y 2	Y 3	Y 4	Y 5	Y 6	Y 7	Y 8
C	0.13	0.13	0.01	-0.74	0.63	0.15	0.03	0.03
xo	0.40	0.79	0.10	-0.09	-0.18	0.00	-0.41	-0.07
yo	-0.77	0.46	-0.01	0.14	0.22	0.07	0.07	-0.34
K1	-0.02	-0.01	-0.80	-0.06	-0.22	0.55	-0.02	-0.00
P1	-0.44	-0.74	-0.19	-0.14	0.11	-0.19	-0.39	-0.08
P2	-0.83	0.42	-0.02	0.03	0.04	-0.02	-0.08	0.35
A	0.18	0.31	-0.71	-0.02	0.10	-0.59	0.09	-0.00
B	0.33	-0.01	-0.11	0.64	0.66	0.14	-0.12	0.06

4.3. RESULTADOS DOS AJUSTAMENTOS

Após a escolha dos parâmetros adicionais c , x_0 , y_0 , K_1 , P_1 , P_2 , A e B , foram feitos vários testes de ajustamento, variando-se a quantidade de pontos de apoio e de distâncias conhecidas como injunções, com a finalidade de definir uma forma de apoio mais simples, que forneça bons resultados, compatíveis com uma exatidão e precisão especificada.

Os pontos de apoio sobre a superfície do tanque foram obtidos a partir da rede geodésica objeto da dissertação de CARNEIRO (1993). Foram geradas duas séries de coordenadas, a primeira obtida por interseção a vante de cada par de estações da rede geodésica e a segunda foi calculada junto com o ajustamento da própria rede, utilizando-se o programa NETZ2D. Este programa ajusta apenas a planimetria e por isto a coordenada vertical da segunda série é igual à da primeira.

As distâncias utilizadas como injunção de apoio foram materializadas com fitas de aço marcadas com traços finos. Sobre os traços foram colados sinais com dimensões suficientes para serem vistos nas fotografias. Nas fitas colocadas horizontalmente em volta do tanque foram coladas pequenas esferas de plástico. Nas fitas aproximadamente verticais, superspostas à superfície do tanque, foram colados os sinais iguais ao demais pontos pré-sinalizados. Quando as distâncias são utilizadas como apoio, usam-se os pontos de coordenadas conhecidas como pontos de checagem.

Os vários testes realizados com a primeira série de pontos de apoio estão nas Tabelas 6, 7 e 8. Estas tabelas mostram :

- a) os elementos do apoio; pontos geodésicos, estação fixa e distâncias;
- b) um indicador de exatidão dado por R_{xyz} (Erro Médio Quadrático Espacial) formado pelos vetores espaciais dos resíduos dos pontos de checagem ou o R'_{xyz} , quando formado pelos resíduos dos pontos de apoio.

c) alguns indicadores de precisão derivados da matriz Σx ; (precisao média dos pontos em X, Y e Z, as diferenças entre desvios padrão máximo e mínimo e o desvio padrão médio de todo ajustamento σ_c .)

Todos os testes foram realizados com o intuito de se conseguir avaliar as formas mais simples de apoio que forneçam resultados satisfatórios e confiáveis. Teoricamente, a fixação do apoio com variância zero, deveria fornecer resultados corretos, porém o próprio apoio é oriundo de observações que apresentam erros de tendenciosidade, além do mais os resultados ainda dependem, tanto da disposição do datum, quanto do modelo de ajustamento. As tabelas mostram algumas destas influências claramente.

a) a Tabela 6 é formada pelos testes que incluem pontos como apoio. A coluna 1 (teste 1) é tomada como referência para as demais. Seu apoio é misto, formado por 11 pontos completos de coordenadas X, Y e Z e 8 distâncias. No Teste 2 da tabela 6, o apoio é formado por 6 pontos e 4 distâncias e os resultados são todos piores que o teste 1.

Os testes 3 e 4 tem a finalidade de verificar a precisão com o uso de quantidades quase mínima e mínima de injeção no ajustamento. Tiveram como apoio, respectivamente, 3 pontos completos (X,Y e Z) e 3 pontos, sendo 2 completos (X,Y e Z) e um com (X e Y). Observa-se que a variância interna do teste 4, indicado pelos desvios padrão é muito boa, como era esperado, o que pode levar a uma superestimativa da precisão do levantamento, se for considerado isoladamente, porém, os resíduos dos pontos de controle aumentaram muito em relação ao teste 1, mostrando assim que a exatidão geral é baixa.

c) A Tabela 7, com testes de 5 a 10 foi obtida mantendo-se uma estação fixa em posição e orientação e variando a quantidade e disposição das distâncias.

Com 8 distâncias (teste 5), tanto R_{xyz} quanto σ_c são praticamente iguais ao teste 1, que incluía a mais 11 pontos como apoio. Isto mostra que as distâncias, que são muito mais fáceis de usar, dão a mesma precisão que o apoio misto. Reduzindo a quantidade de distâncias para 3 (teste 6), sendo duas horizontais não paralelas e uma vertical, conseguiu-se resultados melhores que o

teste anterior, sendo reduzidos para cerca da metade os índices de homogeneidade (intervalos do desvio padrão) e σ_c .

Os teste com duas distâncias (7 ao 10) apresentam redução nos índices de homogeneidade e precisão, porém apresentam aumento em R_{xyz} quando comparados com os testes com mais distâncias e mais de dois pontos completos. Isto talvez ocorra porque a câmara quando foi mantida fixa obrigou todas as demais a se ajustarem a ela e não é possível garantir que sua orientação seja a mais exata e que esteja rigorosamente compatível com as coordenadas dos pontos de checagem.

Quando são usadas uma distância vertical e uma horizontal (teste 7 e 8) obtém-se menores R_{xyz} quando comparados com os teste 9 e 10 que usam duas distâncias coplanares (duas horizontais ou duas verticais). Já era esperado que a distribuição de distâncias em várias direções desse melhores resultados.

Continuando com os testes para definir um apoio simples e adequado, foram estudados ainda a possibilidade de uso da configuração mínima formada com uma estação fixa (para a definição do datum, e os três ângulos de orientação) e apenas uma distância (para a escala), que estão na tabela 8 (testes 11. 12 e 13). O melhor resultado é do teste 12, que apesar disto, tem o seu indicador de exatidão R_{xyz} , igualando-se aos piores valores até agora obtidos, que são os dos testes 2 e 9.

O teste n. 13 é usado para mostrar o que ocorre quando se muda a estação fixa da posição 1 para outra posição qualquer, neste caso a 6. Os indicadores obtidos da matriz Σx apresentam valores com ordem de grandeza completamente diferentes dos outros testes, embora os valores dos vetores de resíduos estejam na mesma faixa. Os desvios padrão do teste 13 são da ordem de 1,30m enquanto os demais estão na ordem de 0,01m. Em outro teste equivalente, mas com mudança da orientação do sistema de referência, o de n. 18, voltou a ocorrer o mesmo problema. A questão parece ser de mal condicionamento da matriz normal. Caso semelhante é relatado por FRASER (1982), que em sua pesquisa usa a terceira estação como fixa e o desvio padrão aumenta muito em relação aos outros testes.

Este procedimento de usar uma estação fixa é muito usado em trabalhos de alta precisão de calibração de antenas parabólicas por KENNEFICK (1971), mas o mesmo não faz referência ao critério que emprega no posicionamento das câmaras.

Pode-se concluir, de todos os testes realizados e para uma geometria de estações semelhante a adotada nesta pesquisa , que a configuração de distâncias mais simples de se empregar na prática , e que oferece melhores resultados, é a da Tabela 7, teste 6, com 3 distâncias (sendo uma distância segundo cada direção dos eixos X, Y e Z). Por questões de segurança, é recomendável a materialização de várias distâncias, a fim de evitar que uma falha na medida destas distâncias coloque em risco todo o levantamento. Este fato não implica em grande transtorno ou atraso nos trabalhos, devido à facilidade com que esta operação é realizada. Desta forma, algumas distâncias são utilizadas no ajustamento e outras servirão como controle. Uma sugestão, que é usada em SIEGWARTH et al (1984) é empregar fitas com sinais dispostos também ao longo da mesma e não apenas nas extremidades.

A segunda série de coordenadas de pontos de apoio foi usada nos testes da tabela 9,. que gerou os testes 14, 15 e 16. As observações mais significativas da comparação com os resultados da primeira série são ;

a.) O teste 14 é equivalente ao n. 1 , nos apoios em pontos e distâncias, sendo que o indicador R_{xyz} aumentou mais de 100%, ou seja, piorou muito. Vale salientar que os indicadores de precisão são quase os mesmos.

b.) Com base nos resultados ruins do teste 14 procurou-se com a eliminação de alguns dos pontos de apoio com resíduos grandes, obter valores menores de R_{xyz} , chegando-se ao teste 15, com 8 pontos e 8 distâncias. Neste teste foram obtidos os melhores índices de exatidão e precisão alcançados na pesquisa com $R_{xyz} = 0.009m$ e $\sigma_c = 0,001m$.

c.) A comparação com testes da primeira série de coordenads, que usam distâncias e estações fixas, é feita entre o teste n. 16 e o n.8 , que usa apenas uma distância vertical e uma horizontal. Os índices obtidos de R_{xyz} , do intervalo de desvio padrão e de σ_c , aumentaram muito em relação ao teste 8 e são os piores entre todos os testes.

d.) Os índices dos teste 14 e 16 foram maiores que os equivalentes da primeira série, indicando que existe um problema com o ajustamento da rede. Vale lembrar que foram ajustados apenas as coordenadas horizontais.

e.) No teste 16, a precisão de x e y é melhor que a de z, coincidindo com as direções das distâncias colocadas (uma horizontal e uma vertical). Com a primeira série esta relação não aparecia claramente e inclusive a pior precisão é a de y.

Foram ainda realizados alguns testes para verificar a influência da orientação do sistema de referência de coordenadas local no ajustamento, que são os seguintes:

- O teste 17 é equivalente ao teste 1 e apresenta os mesmos resultados, com exceção do Δx que é maior.

- O teste 18 tem a estação 7, no lugar da 1, como fixa e apresenta o problema de mau condicionamento da matriz normal, como no teste 13, com valores exageradamente altos para os desvios padrão das coordenadas.

- O teste 19 é equivalente ao teste 11 (uma estação fixa e uma distância) e apresenta precisão idêntica, porém os resíduos de R_{xyz} são bem maiores. Isto confirma que a comparação das coordenadas fotogramétricas, com as coordenadas geodésicas neste caso, não dá bons resultados.

A análise da precisão proporcional do levantamento fotogramétrico, pode ser feita com dois índices, um de exatidão e outro de precisão, com a finalidade de comparação com os métodos geodésicos:

dimensão maior do objeto (diâmetro) : 13,00m

resíduos dos pontos de apoio: $R_{xyz} = 0,009\text{m}$

exatidão proporcional: 1:1 444

precisão obtida da matriz Σx : $\sigma_c = 0,001\text{m}$

precisão proporcional: 1: 13.000

A diferença de precisão desta comparação mostra que é possível conseguir uma precisão proporcional interna satisfatória com um sistema de apoio relativamente simples, porém a garantia de precisão proporcional externa, dada pelos resíduos dos pontos de checagem ou de apoio, dependem fundamentalmente da precisão da rede geodésica definidora do datum e escala. Isto está muito claro no teste 15, quando foram usados apenas os pontos escolhidos (com menores resíduos) e se conseguiu o melhor resultado desta pesquisa.

T A B E L A 6 : DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE COM
PONTOS DE APOIO E DISTÂNCIAS

VETOR DOS RESÍDUOS ESPACIAIS DOS PONTOS DE APOIO/CHECAGEM

TESTE N.	1		2		3		4	
TIPO DE APOIO	11ptos. 8 dist.		6ptos. 4dist.		3ptos. xyz		2ptos.xyz 1pto. xy	
PONTOS	apoio	chec.	apoio	chec.	apoio	chec.	apoio	chec.
15	0.0047		0.0091		0.0001		0.0000	
75	0.0153			0.0226		0.0119		0.0214
81	0.0202		0.0118			0.0186	0.0000	
95	0.0090			0.0182		0.0087		0.0685
115	0.0054		0.0112		0.0001			0.0171
135	0.0070			0.0119	0.0001			0.0210
161	0.0082		0.0148			0.0159	0.0000	
175	0.0187			0.0235		0.0229		0.0434
215	0.0256		0.0195			0.0254		0.0350
235	0.0233		0.0189			0.0213		0.0264
241	0.0149			0.0186		0.0169		0.0301
Rxyz	0.0138		0.0142	0.0190	0.0001	0.0172		0.0328

INDICADORES DE PRECISÃO

DIFERENÇAS ENTRE DESVIOS PADRÃO MÁXIMOS E MÍNIMOS

	TESTE			
	1	2	3	4
ΔX	0.0039	0.0067	0.0570	0.0020
ΔY	0.0028	0.0047	0.0536	0.0020
ΔZ	0.0041	0.0060	0.0137	0.0019


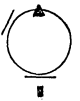
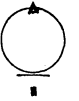
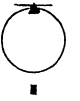


DESVIO PADRÃO MÉDIO DAS COORD. CALCULADAS

σX	0.0079	0.0108	0.0451	0.0013
σY	0.0081	0.0011	0.0380	0.0014
σZ	0.0078	0.0105	0.0186	0.0011
σC	0.0079	0.0075	0.0339	0.0013

OBS: 1. a unidade é o metro
2. o apoio do teste 3 é formado por 3 pontos XYZ
3. o apoio do teste 4 é mínimo com 2 pontos XYZ e um ponto XY

T A B E L A 7 : DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE
APENAS COM DISTÂNCIAS E UMA ESTAÇÃO FIXA

VETOR DOS RESÍDUOS ESPACIAIS DOS PONTOS DE CHECAGEM

TESTE	5	6	7	8	9	10
TIPO DO APOIO						
PONTO						
15	0.0044	0.0061	0.0078	0.0145	0.0083	0.0066
75	0.0147	0.0150	0.0130	0.0146	0.0248	0.0179
81	0.0209	0.0207	0.0241	0.0223	0.0206	0.0195
95	0.0086	0.0083	0.0067	0.0061	0.0205	0.0141
115	0.0048	0.0055	0.0119	0.0101	0.0166	0.0113
135	0.0064	0.0072	0.0134	0.0117	0.0240	0.0122
161	0.0079	0.0082	0.0121	0.0097	0.0193	0.0132
175	0.0169	0.0164	0.0100	0.0116	0.0340	0.0212
215	0.0226	0.0220	0.0222	0.0207	0.0192	0.0193
235	0.0193	0.0195	0.0223	0.0216	0.0184	0.0222
241	0.0150	0.0151	0.0183	0.0167	0.0114	0.0124
Rxyz	0.0129	0.0131	0.0147	0.0145	0.0197	0.0154

INDICADORES DE PRECISÃO

DIFERENÇAS ENTRE DESVIOS PADRÃO MÁXIMOS E MÍNIMOS

ΔX	0.0072	0.0030	0.0021	0.0021	0.0020	0.0027
ΔY	0.0058	0.0037	0.0035	0.0036	0.0036	0.0037
ΔZ	0.0145	0.0066	0.0020	0.0019	0.0018	0.0051




DESVIO PADRÃO MÉDIO DAS COORDENADAS CALCULADAS

σX	0.0049	0.0029	0.0021	0.0021	0.0021	0.0026
σY	0.0046	0.0035	0.0032	0.0032	0.0034	0.0033
σZ	0.0142	0.0066	0.0019	0.0021	0.0018	0.0052
σc	0.0079	0.0043	0.0024	0.0025	0.0024	0.0037

OBS. 1. unidade é o metro
2. as convenções do tipo de apoio são:
■ estação de exposição
▲ distância vertical
— distância horizontal

T A B E L A 8 : DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE
COM UMA DISTÂNCIA E UMA ESTAÇÃO FIXA

VETOR DOS RESÍDUOS ESPACIAIS DOS PONTOS DE CHECAGEM

TESTE	11	12	13
TIPO DO APOIO			
PONTO			
15	0.0082	0.0092	0.0086
75	0.0244	0.0262	0.0206
81	0.0202	0.0206	0.0138
95	0.0191	0.0212	0.0140
115	0.0158	0.0182	0.0090
135	0.0166	0.0189	0.0098
161	0.0180	0.0201	0.0148
175	0.0265	0.0284	0.0181
215	0.0192	0.0189	0.0183
235	0.0181	0.0182	0.0247
241	0.0114	0.0110	0.0211
Rxyz	0.0180	0.0192	0.0157

INDICADORES DE PRECISÃO

DIFERENÇAS ENTRE DESVIOS PADRÃO MÁXIMOS E MÍNIMOS

ΔX	0.0051	0.0029	0.8974
ΔY	0.0044	0.0035	0.3664
ΔZ	0.0106	0.0054	0.9223


DESVIO PADRAO MEDIO DAS COORD. CALCULADAS

σX	0.0038	0.0026	1.3576
σY	0.0038	0.0031	1.4206
σZ	0.0104	0.0055	1.3426
σC	0.0060	0.0037	1.3736

OBS. 1. a unidade é o metro
2. os apoios desta tabela são de configuração mínima
3. o teste 13 apresenta mal condicionamento da matriz normal, quando a posição da estação fixa é mudada de 1 para 6.

T A B E L A 9 : DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE
COM TODAS COORDENADAS PLANIMÉTRICAS DOS
PONTOS DE APOIO AJUSTADAS PELO PROGRAMA NETZ2D

VETOR DOS RESÍDUOS ESPACIAIS DOS PONTOS DE APOIO/CHECAGEM

TESTE	14	15	16
TIPO DO APOIO	11ptos. 8dist.	8ptos. 8dist.	
PONTOS			
15	0.058		0.072
55		0.020	
75	0.022	0.007	0.015
81	0.018	0.007	0.007
95	0.015	0.012	0.013
115	0.016	0.003	0.013
135	0.022	0.004	0.013
161	0.020	0.006	0.019
175	0.063		0.080
215	0.035		0.066
235	0.028		0.064
241	0.024	0.010	0.009
Rxyz	0.029	0.009	0.033

INDICADORES DE PRECISÃO

DIFERENÇAS ENTRE DESVIOS PADRÃO MÁXIMOS E MÍNIMOS

ΔX	0.0039	0.0013	0.0129
ΔY	0.0028	0.0008	0.0090
ΔZ	0.0041	0.0007	0.0247



DESVIO PADRÃO MÉDIO DAS COOR. CALCULADAS

σX	0.0079	0.0012	0.0078
σY	0.0081	0.0012	0.0066
σZ	0.0080	0.0012	0.0240
σc	0.0080	0.0012	0.0128

- OBS. 1. a unidade é o metro
2. o teste 14 é equivalente ao teste 1
3. no teste 15 foram retirados os pontos de apoio
de resíduos maiores do teste 14
4. o teste 16 é equivalente ao teste 8

T A B E L A 10 : DADOS ESTATÍSTICOS DO AJUSTAMENTO DO TANQUE COM
NOVO SISTEMA DE REFERÊNCIA COM Z NA VERTICAL

VETOR DOS RESÍDUOS ESPACIAIS DOS PONTOS DE CHECAGEM

TESTE	17	18	19
TIPO DO APOIO	11ptos. 8dist.		
PONTO			
15	0.005	0.005	0.029
75	0.015	0.011	0.060
81	0.020	0.026	0.047
95	0.009	0.006	0.061
115	0.005	0.005	0.062
135	0.007	0.007	0.063
161	0.008	0.004	0.060
175	0.017	0.018	0.066
215	0.022	0.026	0.032
235	0.019	0.015	0.031
241	0.015	0.011	0.017
Rxyz	0.0129	0.0122	0.0480

INDICADORES DE PRECISÃO

DIFERENÇAS ENTRE DESVIOS PADRÃO MÁXIMOS E MÍNIMOS

ΔX	0.0451	0.9223	0.0106
ΔY	0.0039	0.8975	0.0051
ΔZ	0.0028	0.3673	0.0044

DESVIO PADRÃO MÉDIO DAS COORD. CALCULADAS

σX	0.0078	1.3426	0.0104
σY	0.0078	1.3578	0.0038
σZ	0.0081	1.4207	0.0038
σC	0.0079	1.3737	0.0060

- OBS. 1. a unidade é o metro
 2. o teste 17 é equivalente ao teste 1
 3. o teste 18 tem como estação fixa a n. 7
 e um resultado igual ao teste 13
 4. o teste 19 tem resíduos espaciais muito altos
 e não tem homogeneidade na precisão das coordenadas

4.3 CÁLCULO DO VOLUME

O cálculo de volume de um cilindro é tarefa simples que necessita apenas dos dados que entram na fórmula abaixo., ou sejam, raio R e altura H .

$$V = (\pi \cdot R^2) \cdot H \quad (61)$$

onde $\pi \cdot R^2$ é a área da base

Ocorre que na construção de um tanque cilíndrico com chapas metálicas, inevitavelmente ocorrerão desvios da forma teórica, tanto na dobragem quanto na montagem e soldagem das mesmas. Sendo assim torna-se necessário calcular vários raios médios em diferentes alturas para que o cálculo do volume seja mais preciso.

Por outro lado, o que se consegue da fototriangulação são coordenadas de pontos, em várias seções do cilindro, que necessitam ser transformadas em raios de circunferências que se aproximem o melhor possível dos mesmos. Para isto foi desenvolvido o programa CIRCUM, que usa a equação da circunferência e o método combinado de ajustamento. O programa calcula os raios, coordenadas do centro e resíduos dos pontos para cada uma das seções transversais do cilindro (Tabela 11).

O cálculo de volume do cilindro vertical foi feito com uma altura aproximada medida a trena, visto que era impossível colocar sinais diretamente sobre a borda superior do tanque, face a existência de uma chapa formando um anel que o encobre. O uso do levantamento fotogramétrico para calibração de um tanque desse tipo deve ser feito antes da colocação dos acessórios como escadas, registros e conexões. Estes acessórios interferem na visibilidade de muitos pontos. Para uma calibração rigorosa deve-se ainda descontar a espessura das chapas metálicas.

Conforme consta da Tabela 11, pode-se observar também a deformação dos anéis do tanque, que chega a 3,8cm da posição teórica. As diferenças máximas entre as coordenadas

T A B E L A 11 : CÁLCULO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS DO TANQUE AJUSTADAS
PARA UMA CIRCUNFERÊNCIA

CIRCUNFERÊNCIAS AJUSTADAS DE CADA SEÇÃO

Seção	Coord do centro(m)				Raio(m)		Area(m2)
	XC	dp	YC	dp		dp	
1	15.777	0.0041	14.162	0.0041	6.478	0.0029	131.81894
2	15.779	0.0041	14.154	0.0041	6.478	0.0029	131.83622
3	15.782	0.0041	14.150	0.0042	6.480	0.0030	131.89758
4	15.785	0.0041	14.143	0.0041	6.478	0.0029	131.82373
5	15.787	0.0041	14.141	0.0041	6.480	0.0029	131.91201

VECTOR DOS RESÍDUOS EM CADA SEÇÃO (m)

GERATRIZ	SECAO TRANSVERSAL				
	1	2	3	4	5
1	0.011	0.003	0.000	0.004	0.018
2	0.004	0.016	0.029	0.028	0.006
3	0.006	0.007	0.014	0.017	0.025
4	0.007	0.020	0.032	0.038	0.023
5	0.002	0.005	0.014	0.021	0.014
6	0.003	0.016	0.009	0.013	0.010
7	0.006	0.013	0.001	0.007	0.008
8	0.002	0.007	0.002	0.001	0.005
9	0.002	0.003	0.022	0.016	0.020
10	0.002	0.020	0.008	0.029	0.027
11	0.001	0.009	0.019	0.006	0.019
12	0.003	0.011	0.029	0.028	0.034
13	0.001	0.017	0.009	0.026	0.023
14	0.005	0.014	0.013	0.008	0.013
15	0.002	0.008	0.014	0.001	0.011
16	0.008	0.006	0.013	0.021	0.018
17	0.005	0.018	0.000	0.023	0.037
18	0.007	0.000	0.012	0.004	0.002
19	0.013	0.009	0.006	0.015	0.022
20	0.003	0.000	0.014	0.011	0.008
21	0.001	0.007	0.013	0.021	0.029
22	0.009	0.016	0.011	0.020	0.022
23	0.001	0.008	0.008	0.016	0.017
24	0.012	0.001	-	0.018	0.037
sigma pri	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
sigma post	0.201	0.756	1.366	2.068	2.498

do centro e os raios são 2,1 e 0,2cm, respectivamente, sendo que a deformação é maior nos anéis mais altos.

Para que se tenha uma avaliação do erro do valor do volume do tanque, é necessário realizar a propagação da variância, o que é feito com a fórmula abaixo:

$$\sum V = D \cdot \sum_{RH} \cdot D^t \quad (62)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial R} & \frac{\partial V}{\partial H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\pi RH & \pi R^2 \end{bmatrix} \quad (63)$$

obtem-se, para o volume:

$$\sum V = (2 \cdot \pi \cdot R \cdot H)^2 \cdot \sigma_R^2 + (\pi \cdot R^2)^2 \cdot \sigma_H^2 \quad (64)$$

A variância média do raio σ_R^2 calculada pelo programa CIRCUM foi de $(0,003m)^2$. Para a variância da medição da altura σ_H^2 do tanque medida diretamente com trena, pode ser tomado o valor estimado de $0,004m^2$. O raio médio é igual a 6,479m e a altura (estimada) igual a 9,500m. Com todos estes valores substituídos na equação (64), a variância do volume é igual a $1,624m^6$ e o correspondente desvio padrão igual a $1,27m^3$. O erro em percentual do volume é:

$$\frac{1,27m^3}{1.252,82m^3} \cdot 100 = 0,1\% \quad (65)$$

Pode-se proceder da mesma maneira para obter o volume entre seções.

As medições de PAPO e SHMUTTER (1978), OSHIMA et al (1988), SIEGWARTH (1984) E BAKKEN (1980) dão 0,02.%, 0,02.%, 0,03% e 0,1% respectivamente; portanto a aplicação do método, com os cuidados necessários, pode apresentar resultados melhores que os atingidos nesta pesquisa. Vale salientar que as exigências dos órgãos de metrologia para

calibração de tanques é de 0,2% para o cálculo do volume. Assim, o método mostra-se adequado a esta finalidade mesmo sem procedimentos tao rigorosos como os usados pelos pesquisadores acima.

Com os dados fotogramétricos (coordenadas tridimensionais) é possível melhorar a calibração do tanque calculando-se a área efetiva da figura formada pelos pontos de cada seção, que difere de um círculo exato, utilizando a metodologia proposta por CARNEIRO (1993) de integração numérica com a quadratura gaussiana. O cálculo pode ser aplicado sucessivamente entre seções adjacentes obtendo-se volumes parciais mais precisos e, conseqüentemente, também o volume final.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os assuntos abordados nesta pesquisa procuraram identificar os pontos mais importantes na prática de um levantamento fotogramétrico a curta distância, aplicado a um tanque cilíndrico vertical com aproximadamente 13,00m de diâmetro e 9,50m de altura. Ao mesmo tempo, determinou-se quais a exatidão e precisão possíveis de serem alcançados.

Cada etapa do levantamento, desde o reconhecimento do local, preparativos iniciais, tomada das fotografias, correção dos erros sistemáticos, até a discussão dos resultados do ajustamento, foram discutidos ao longo do trabalho. Como conclusões mais importantes, podem ser relacionados os seguintes pontos:

a) A distribuição das estações de exposição deve prever que, no mínimo, cada ponto seja imageado três vezes. Pontos com ângulos de visão muito inclinados ou próximos de obstáculos não previstos podem ser perdidos.

b) A posição e orientação do sistema de referência local de coordenadas, em conjunto com a matriz de rotações usada no programa de ajustamento, podem apresentar problemas de indefinição dos ângulos em certas posições da câmara. Com isto, as variâncias e covariâncias aparecem com valores muito altos. Para a verificação, faz-se necessário que o programa de ajustamento forneça a matriz variância covariância e sejam analisadas todas as sub-matrizes correspondentes às estações e coordenadas de pontos.

c) As modificações introduzidas no programa FOTTER permitem o seu emprego com facilidade em microcomputadores no ajustamento de dados de levantamentos fotogramétricos a curta distância. A restrição quanto às dimensões da matriz normal ficam por conta do espaço disponível para armazenamento externo, como disco rígido ou memória expandida.

d) A proposta de utilização da análise de componentes principais, testada com o programa ANÁLISE, como ferramenta auxiliar na escolha dos parâmetros adicionais em ajustamento com

auto-calibração mostrou-se eficiente . O método indica com clareza os parâmetros que não têm significado estatístico e os que têm grande auto-correlação.

O programa ANÁLISE é simples de usar e deve ser empregado cada vez que mudarem o tipo da câmara, instrumento de medição , programa de ajustamento ou objeto levantado.

e) O uso de injunções de apoio mínimas, para resolverem a deficiência de posto do sistema de equações da matriz normal, com dois pontos completos (com coordenadas tridimensionais xyz) e um ponto xy, ou uma estação fixa e uma distância não apresentaram bons resultados.

f) Com base nos vários testes realizados, utilizando-se várias combinações de quantidade de pontos e distâncias ou estação fixa e distâncias, conclui-se que o tipo de apoio mais simples e que fornece o resultado mais seguro é aquele definido por três distâncias e uma estação fixa em posição e orientação. Para garantia do trabalho, é conveniente usar dois conjuntos de três distâncias, uma para apoio e outra para checagem. Recomenda-se também a colocação de sinais em pontos intermediários na fita ou barra que materializa a distância de referência.

g) Quando se utiliza como injunção de apoio distâncias e uma estação fixa, deve-se ter o cuidado para que a estação escolhida seja a que está na primeira posição na ordem da matriz normal. Qualquer outra posição apresenta valores exageradamente altos na sub matriz variância-covariância respectiva, provocados aparentemente pelo mal condicionamento da matriz normal.

h) A influência dos erros dos pontos geodésicos de apoio foi maior do que se esperava. Para que estes pontos sejam utilizados como apoio ou checagem, é necessário que os mesmos sejam obtidos com equipamentos calibrados de alta precisão e ajustados tridimensionalmente, com abundância de observações, de modo que apresentem uma precisão homogênea.

i) O ajustamento de circunferências a partir dos pontos fototriangulados detectou deformações de alguns centímetros na superfície do tanque. Com esta metodologia, é possível estudar deformações em superfícies com qualquer forma, desde que estas deformações estejam dentro de três vezes o desvio padrão da fototriangulação.

j) A propagação de variância dos raios ajustados e da variância estimada para a medição da altura, feita diretamente com trena, resultou em erro na estimativa do volume de 0,1%, menor que o desvio tolerável especificado pelos institutos de metrologia, de 0,2%.

l) A precisão do volume pode ser melhorada se o mesmo for calculado parcialmente entre as seções transversais adjacentes medidas. Para isto, é necessário que durante a pré-sinalização, os sinais sejam dispostos o mais nivelados possível em cada seção, permitindo assim que fiquem bem definidas as suas alturas correspondentes.

Como recomendações e sugestões para outros levantamentos fotogramétricos a curta distância, similares ao desta pesquisa, ou com o objetivo de cálculo de coordenadas tridimensionais de pontos, com precisão e exatidão, podem ser observados os seguintes aspectos:

a) incorporar no programa FOTTER algumas rotinas, principalmente para a detecção de erros grosseiros e filtragem progressiva dos mesmos. O cálculo dos elipsóides de erros também seria vantajoso para melhores avaliações sobre a precisão das coordenadas.

b) O uso da pré-sinalização pode ser melhor aproveitado se a imagem analógica for digitalizada e forem utilizados algoritmos de reconhecimento automático de sinais. O processo de medição seria mais rápido.

c) Estudar a forma de pré-sinalização de grandes estruturas metálicas, tipo treliças, construídas com tubos ou cantoneiras. Estas obras têm características próprias e um levantamento deve definir diâmetros, bitolas e pontos de interseção de eixos destes elementos, que muitas vezes podem ser retas reversas. Um exemplo é uma plataforma de exploração de petróleo.

d) Realizar um levantamento similar, usando câmaras não métricas ou semi-métricas, para comparar entre outras coisas a influência das diferenças de escala de imagens, com câmaras métricas de grande formato, na precisão de coordenadas.

e) Calcular volumes de objetos com formas complexas, a partir de pontos obtidos pela fotogrametria, usando o método de integração pela quadratura gaussiana proposto por CARNEIRO (1993).

ANEXOS

Programa ANÁLISE.PAS
Programa CIRCUM.PAS

PROGRAMA ANALISE

objetivo : Faz analise de componentes principais, usando o metodo de Jacobi
para a ortogonalizacao de vetores com o algoritmo de EVANS(1980).
Opcionalmente calcula a matriz de correlacoes.

autor : DANIEL CARNEIRO DA SILVA

data :

ultima alteracao : 22.11.94

arquivo de entrada : matriz variancia-covariancia (MVC) dos parametros,
vetor com valores dos parametros.

arquivo de saida : matriz de correlacoes (se foi solicitada),
componentes principais,
matriz de correlacoes de X com Y.

***** }

Program Analise;
{ \$N+ }

uses printer;

const

max=15;

nulo= 0.0E+0000;

cem =100.0;

precisao=1.0E-20;

type

matriz=array[1..max,1..max] of double;

vetor = array[1..max] of double;

var

Q,S : matriz;

autovalor, DP, X : vetor;

sai : boolean;

i,j,k,n : integer;

soma,alfa, aux, aux1, aux2 : double;

arqent, arqsai: text;

positiva, deci : boolean;

resp : char;

nomeent, nomesai : string[20];

Procedure Ler(var A : matriz; var x : vetor; var n: integer);

var i,j,escint : integer;

esc : double;

```

begin
  writeln;
  writeln;
  write('NOME DO ARQUIVO PARA CALCULO DE COMPONENTES PRINCIPAIS : ');
  readln(nomeent);
  assign(arqent, nomeent);
  reset(arqent);
  readln(arqent,n);
  for i:= 1 to n do
    for j:= 1 to n do
      begin
        read(arqent,A[i,j]);
      end;

    for i:= 1 to n do
      begin
        read(arqent,x[i]);
      end;
    close(arqent);

    { complementa a triangular superior quando se entra com a inferior }
    for i:= 1 to n do
      for j:= i+1 to n do
        A[i,j]:= A[j,i];
      end;
    end;
end;

```

```

Procedure imprime( m:matriz;tipo: integer; n: integer);
const cinco=5;

```

```

var i,j,ini, lim : integer;
    sai : boolean;
begin
  ini:=1;
  lim:= n;
  sai:= true;
  if (n>cinco) then
    begin
      sai:= false;
      lim:=cinco;
    end;
  repeat
    writeln;
    write(' ');
    for i:=ini to lim do
      if (tipo=1) then write(i:10,' ')
      else write(' Y',i:3,' ');
    writeln;
    for i:=1 to n do

```

```

begin
  if (tipo=1) then write(i:3)
  else write('X',i:2) ;
  for j:= ini to lim do
    write(' ',m[i,j]:10); { :7}
  writeln;
end;
if (lim < n) then
begin
  ini:= lim+1;
  lim:=n;
  sai:= false;
end
else sai:= true;
until sai;
end;

```

Procedure imprimearq(m:matriz;tipo: integer; n: integer);
const cinco=5;

```

var i,j,ini, lim : integer;
    sai : boolean;
begin
  ini:=1;
  lim:= n;
  sai:= true;
  if (n>cinco) then
  begin
    sai:= false;
    lim:=cinco;
  end;
  repeat
    writeln(arqsai);
    write(arqsai,' ');
    for i:=ini to lim do
      if (tipo=1) then write(arqsai,i:10,' ')
      else write(arqsai,' Y',i:3,' ');
    writeln(arqsai);
    for i:=1 to n do
      begin
        if (tipo=1) then write(arqsai,i:3)
        else write(arqsai,'X',i:2) ;
        for j:= ini to lim do
          if (deci) then write(arqsai,' ',M[i,j]:12:2)
          else write(arqsai,' ',M[i,j]:12); { :7}
        writeln(arqsai);
      end;
    if (lim < n) then

```



```

begin
  ini:= lim+1;
  lim:=n;
  sai:= false;
end
else sai:= true;
until sai;
end;

```

Procedure CHOLESKY(a: matriz;n:integer; var positiva : boolean);
 { Executa a decomposicao da matriz 'a' com o algoritmo de Choleski para
 verificar se a matriz eh positiva definida }

```

var
  i, j, k, q, ncont, opcao :integer;
  aux, aux2 : double;
  coluna , linha : integer;

```

Procedure Proint1(diag : integer; var Edia : double);
 { forma os elementos da diagonal da matriz E }

```

var
  i,j,k : integer;
  aux1, aux2, aux3 : double;
begin
  aux1:= 0.0;
  aux2:= 0.0;
  if ( diag > 1) then
    for k:=1 to (diag-1) do
      begin
        aux1:= aux1+ a[k,diag] * a[k,diag];
      end;
    if ( aux1 > a[diag,diag] ) then
      begin
        writeln('ERRO : a matriz nao e positiva definida ');
        positiva:= false;
        writeln(' valor da diagonal e aux ', diag:4,
          ' ', a[diag,diag]:20, aux1:20);
        readln;
        exit;
      end;
    Edia:= SQRT(a[diag,diag] - aux1);
  end; { proint1 }

```

Procedure Proint2(diag, coluna : integer; var Eij : double);
 { forma os elementos com indices $i < j$ da matriz E }

```

var
  linha : integer;
  aux : real;

```

```

begin
  aux:= nulo;
  if ( diag > 1 ) then
    for linha:= 1 to (diag-1) do
      begin
        aux:= aux + A[linha,diag] * A[linha,coluna];
      end;
    Eij:= (A[diag,coluna] - aux) / A[diag,diag];
  end; { Proint2 }

Begin

  { A = E * Et');
    E * V = L');
    Et * X = V');
    Decomposicao da Matriz A : formacao da Matriz E sobre a A }

  positiva:= true;
  for i:= 1 to n do
    begin
      proint1(i,A[i,i]);
      if (i<n) then
        for coluna := (i +1) to n do
          proint2(i,coluna,A[i,coluna]);
        end;
    end;
End; { cholesky }

Procedure jacobi( var A,S : matriz; n: integer);
{ executa a ortogonalizacao da matriz 'A'. No final do processo a
  diagonal de A contem os autovalores e as colunas de S contem os
  autovetores. Programa traduzido do algoritmo de EVANS(1980) }

const
  rho=precisao;

label main, main1;

var
  norm1, norm2, thr, mu, omega,sint, cost, int1, v1,v2,v3 : double;
  i,j,p,q , ind ,k: integer;

begin
  for i:= 1 to n do
    for j:= 1 to n do
      if i=j then s[i,i]:= 1.0 else s[i,j]:= nulo;

  { calcula norma inicial, final e limiar }
  int1 := nulo;

```

```

for i:= 2 to n do
for j:= 1 to ( i-1) do
  int1:= int1 + 2.0 * SQR(A[i,j]);
norm1:= sqrt(int1);
norm2 := (rho /n) * norm1;
thr:= norm1;
ind:= 0;
k:=0;
main: thr:= thr/n;
  inc(k);
  writeln(' iteracao ',k:4);
main1:  for q:= 2 to n do
  for p:= 1 to (q-1) do
    if (ABS(A[p,q]) >=thr) then
      begin
        ind:=1;
        v1:= a[p,p];
        v2:= a[p,q];
        v3:= a[q,q];
        mu:= 0.5*(v1-v3);
        if mu=nulo then omega:=-1.0
        else  omega:=-(v2) / SQR( SQR(v2) + SQR(mu));
        sint:= omega / SQR(2.0 * (1.0 + SQR(1.0 - SQR(omega))));
        cost:= SQR(1.0 -SQR(sint));
        for i:= 1 to n do
          begin
            int1:= A[i,p]* cost - A[i,q]*sint;
            A[i,q]:= A[i,p] *sint+ A[i,q] * cost;
            A[i,p]:= int1;
            int1:= S[i,p] * cost - S[i,q] * sint;
            S[i,q]:= S[i,p] * sint + S[i,q] * cost;
            S[i,p]:= int1;
          end;
        for i:= 1 to n do
          begin
            A[p,i]:= A[i,p];
            A[q,i]:= A[i,q]
          end;
        A[p,p]:= v1 *cost*cost + v3*sint*sint -2.0 * v2*sint*cost;
        A[q,q]:= v1*sint*sint + v3*cost*cost + 2.0 * v2*sint*cost;
        A[q,p]:= (v1-v3)*sint*cost + v2*(cost*cost - sint*sint);
        A[p,q]:= A[q,p];
      end;
    if ind=1 then
      begin
        ind:=0;
        goto main1;
      end else if(thr > norm2) then goto main;
  end; { jacobi }

```

```
Procedure MatrizCorrelacao( var A :matriz; n: integer);
```

```
const hum=1.0;
```

```
var i,j : integer;
```

```
    Dpadrao : vetor;
```

```
begin
```

```
    for i:= 1 to n do
```

```
        begin
```

```
            if (A[i,i]<0.0) then
```

```
                begin
```

```
                    writeln('ERRO : valor negativo na diagonal : ', i:4,
```

```
                        ' valor : ',a[i,i]:15);
```

```
                readln;
```

```
            end;
```

```
            Dpadrao[i]:= SQRT(A[i,i]);
```

```
        end;
```

```
    for i:= 1 to n do
```

```
        A[i,i]:= hum;
```

```
    for i:= 1 to n do
```

```
        for j:= 1 to n do
```

```
            if i<>j then A[i,j]:= A[i,j] / ( Dpadrao[i] * Dpadrao[j]);
```

```
        end;
```

```
Procedure CalcProporcao(autovalor : vetor; n: integer);
```

```
{ calcula a proporcao da variancia total atribuida a cada componente principal }
```

```
var i : integer;
```

```
    aux1, aux2, soma : double;
```

```
begin
```

```
    aux1:= nulo;
```

```
    soma := nulo;
```

```
    for i:= 1 to n do
```

```
        soma := soma + autovalor[i];
```

```
    writeln(arqsai,' participacao da componente principal: individual e acumulada');
```

```
    for i:= 1 to n do
```

```
        begin
```

```
            aux2:= cem * autovalor[i] / soma;
```

```
            write(arqsai,i:3, aux2:10:2, ' %');
```

```
            aux1 := aux1 + aux2;
```

```
            writeln(arqsai,aux1:12:2, ' %');
```

```
        end;
```

```
end; { CalcProporcao }
```

```

Procedure CalcComponente(x : vetor; C : matriz; n: integer);
{ calcula as componentes principais Y do vetor X, usando os autovetores que
  estao nas colunas da matriz C :  $Y_i = C_i * X$  }

```

```

var i,j : integer;
    aux : double;
    comp : vetor;
begin
  writeln(arqsai);
  writeln(arqsai,'componentes principais :');

  for i:= 1 to n do
  begin
    aux:= nulo;
    for j:= 1 to n do
      aux:= aux + C[j,i] * X[j];
    comp[i]:= aux;
    writeln(arqsai,i:4,' ', comp[i]:15);
  end;
end; { CalcComponente }

```

```

Procedure CalcCorrelacao( var C : matriz; DP : vetor;
                          autovalor : vetor; n : integer);
{ calcula a matriz de correlacao da variavel original X com as componentes
  principais Y :  $Coor(X_i, Y_j) = C_{ij} * \sqrt{\lambda_j} / DP_i$  }

```

```

var i ,j ,lim: integer;
    aux1,aux2 : double;
begin
  i:= 0;
  repeat
    i:= i+1;
  until ((i=n) OR (autovalor[i]<nulo));
  if (autovalor[i]<nulo) then i:=i-1;
  lim:=i;

  for i:= 1 to n do
  begin
    for J:= 1 to lim do
    begin
      aux2:= SQRT(autovalor[j]);
      C[i,j]:= (aux2 / DP[i])* C[i,j];
    end;
  end;
end;

```

```

{ ***** }

begin      { principal }
  deci:= false;
  Ler(Q,X,n);
  if (n>max) then
  begin
    writeln('ERRO : quantidade de variaveis maior que : ',max);
    readln;
  end;
  write('Nome para arquivo de saida ');
  readln(nomesai);
  assign(arqsai,nomesai);
  rewrite(arqsai);
  writeln(arqsai, 'CALCULO DE COMPONENTES PRINCIPAIS');
  writeln(arqsai, 'Arquivo de entrada : ', nomeent);
  writeln(arqsai, 'Arquivo de saida : ', nomesai);

  writeln(arqsai);
  writeln(arqsai, 'Matriz de Entrada :');
  writeln(arqsai);
  imprimearq(Q,1,n);
  writeln( 'Matriz de Entrada :');
  writeln;
  imprime(Q,1,n);
  writeln(arqsai);
  writeln(arqsai, ' valores de X ');
  for i:= 1 to n do
    writeln(arqsai,i:4, x[i]:12);
  writeln(arqsai);

repeat
  write(' Deseja calcular a Matriz de Correlacoes ? (S/N) ...');
  readln(resp);
until (resp in ['s', 'S', 'n', 'N']);
resp:= Upcase(resp);
if (resp='S') then
begin
  writeln(arqsai);
  writeln(arqsai,' Matriz de correlacoes de X');
  writeln(arqsai);
  MatrizCorrelacao(Q,n);
  imprimearq(Q,2,n);
end;

  { testa se matriz Q e positiva definida }
  cholesky(Q,n, positiva);
  if positiva then

```

```

begin
  for i:= 1 to n do DP[i] := Q[i,i];
  { a diagonal de Q contera os autovalores ,
    e as colunas de S os autovetores }

  Jacobi(Q,S,n);
  { teste da ortogonalizacao }
  aux1:= nulo;
  aux2:= nulo;
  for i:= 1 to n do
  begin
    aux1:= aux1 + DP[i];
    { prepara DP para ser usado em calcCorrelacao }
    DP[i]:= sqrt(DP[i]);
    aux2:= aux2+ Q[i,i];
  end;
  writeln(arqsai);
  writeln(arqsai,' variancia total da matriz de entrada : ', aux1);
  writeln(arqsai,' soma dos autovalores : ', aux2);
  writeln(arqsai);

  { calculo das componentes principais a partir da variavel X }
  CalcComponente(X,S,n);

  writeln(arqsai,' Autovalores = Variancias das Componentes Principais : ');
  if (resp='S') then
    writeln(arqsai,' Calculo efetuado com a matriz de correlacoes de X');
  for i:= 1 to n do
  begin
    autovalor[i]:= Q[i,i];
    writeln(arqsai,i:4, ' ',Q[i,i]:15);
  end;

  calcProporcao(autovalor,n);

  calcCorrelacao(S,DP,autovalor,n);
  { a matriz S agora contem as correlacoes de X com Y }
  writeln(arqsai);
  deci:= true;
  writeln(arqsai,'Matriz de correlacoes da variavel X com Y');
  writeln(arqsai);
  imprimearq(S,2,n);
  close(arqsai);
end; { if positiva }
writeln(' FIM DO CALCULO DE COMPONENTES ');
write (' digite uma tecla .....');
readln;
end.

```

```

{ *****
PROGRAMA CIRCUM

OBJETIVO: Calcula, usando o Metodo de Ajustamento Combinado, as
          coordenadas do centro de circunferencias e o raio, a partir
          de coordenadas de pontos observados.
          Pode tambem calcular o volume de cilindros

AUTOR : Daniel Carneiro da Silva
DATA  : 4 DE DEZEMBRO DE 1994

DADOS DE ENTRADA : Arquivo tipo TEXT com :
                  No de circunferencias ( min =1 e max = 10 )
                  raio, Xo, Yo, Zo ( raio e coordenadas aprox. do centro )
                  Vx, Vy, Vz ( variancia media das coord x, y e z )
                  nome_do_ponto, X, Y, Z ( o nome do ponto em inteiro, com
                  o numeral a direita identificando
                  qual sua circunferencia )
***** }

```

```

Program CIRCUM;
{$N+,E+,R+}
const
  max=130; { total de pontos de todas as circunferencias }
  nulo=0.0;
  um=1.0;
  pi = 3.1415926;
  conv= 0.00001; { limite para convergencia }
  maxit = 30; { numero maximo de iteracoes }
type
  vetor = array[1..max] of double;
  vetor2 = array[1..10] of double;
  vetorint = array[1..max] of longint;
  matriz1= array[1..max, 1..3] of double;
  matriz =array[1..3, 1..3] of double;

var
  aux1,aux2,aux3,aux4 : double;
  nomeent, nomesai : string[20];
  arqent, arqsai : text;
  x,y,z,
  M, L, W, Xponto, Yponto, Zponto : vetor;
  dpx, dpy,dpz, sig0,
  R, Xo, Yo, Zo, vol, altura : double;
  i,j,k,ncirc, npt , nptcir : integer;
  ponto,nomeponto : vetorint;
  A, AT : matriz1;
  ATMA : matriz;
  S,H,Xa : vetor2;

```



```
{ $I versol.pas }
```

```
Procedure imprime( m:matriz;tipo: integer; n: integer);  
const cinco=5;
```

```
var i,j,ini, lim : integer;  
    sai : boolean;  
begin  
  ini:=1;  
  lim:= n;  
  sai:= true;  
  if (n>cinco) then  
  begin  
    sai:= false;  
    lim:=cinco;  
  end;  
  repeat  
    writeln;  
    write(' ');  
    for i:=ini to lim do  
      if (tipo=1) then write(i:10,' ')  
      else write(' Y',i:3,' ');  
    writeln;  
    for i:=1 to n do  
      begin  
        if (tipo=1) then write(i:3)  
        else write('X',i:2) ;  
        for j:= ini to lim do  
          write(' ',m[i,j]:10); { :7}  
        writeln;  
      end;  
    if (lim < n) then  
      begin  
        ini:= lim+1;  
        lim:=n;  
        sai:= false;  
      end  
    else sai:= true;  
  until sai;  
end;
```

```
Procedure imprime1( m:matriz1;tipo: integer; n: integer);  
const cinco=5;
```

```
var i,j,ini, lim : integer;  
    sai : boolean;  
begin
```

```

writeln;
for i:=1 to n do
begin
  for j:= 1 to 3 do
    write(' ',m[i,j]:10); { :7}
  writeln;
end;
end;

```

Procedure calccirc(ncirculo, npt: integer; x,y: vetor; Px, Py,
Xo,Yo,R : double);

```

VAR i,j,k,iter : integer;
    sai         : boolean;
    VX,VY       : double;
    Lax, Lay, Kv : vetor;
    sigpost, sigpost2 : double;

```

```

begin
  for i:= 1 to npt do
  begin
    Lax[i]:= x[i];
    Lay[i]:= y[i];
  end;

```

```

  iter:= 0;
  writeln(arqsai);
  writeln(arqsai, 'Calculo do circulo n. : ', ncirculo);

```

```

repeat
  sai:= true;
  inc(iter);
  writeln('iteracao ', iter);
  { forma a matriz A }
  for i:= 1 to npt do
  begin
    A[i,1]:= -2.0 * X[i] + 2.0 * Xo;
    A[i,2]:= -2.0 * Y[i] + 2.0 * Yo;
    A[i,3]:= -2.0 * R;
  end;

```

```

  { forma a matriz M }

```

```

  for i:= 1 to npt do

```

```

  begin

```

```

    M[i]:= sqr(2.0 *(X[i] - Xo )) * Px +sqr(2.0 *(Y[i] - Yo )) * Py;

```

```

    writeln(' M ',m[i]:20:5);

```

```

  end;

```

```

  { inverte M }

```

```

for i:= 1 to npt do
  M[i]:= UM / M[i];

{ forma ATM1 }
for i:= 1 to 3 do
  for j:= 1 to npt do
    AT[j,i]:= A[j,i] * M[J];
  imprime1(at,1,npt);

{ forma o vetor de residuos }
for i:= 1 to npt do
begin
  W[i]:= sqr( x[i] - Xo) + sqr(y[i] - Yo) - R*R;
  writeln(' w ', W[i]:20:5);
end;
{ forma k = -M1W }
for i:= 1 to npt do
begin
  Kv[i]:= -M[i] * W[i];
end;
sigpost := nulo;
for i:= 1 to npt do
sigpost:= sigpost + Kv[i] * W[i];

sigpost:= sigpost / ( npt -3 );

{ forma ATM1W = L }
for i:= 1 to 3 do
begin
  L[i]:= nulo;
  for j:= 1 to npt do
    L[i]:= L[i] + AT[J,I] * W[J];
  writeln(' l ', l[i]:20:5);
end;
{ forma AtM1A }
for i:= 1 to 3 do
for j:=1 to 3 do
begin
  ATMA[I,J]:=NULO;
  for k:= 1 to NPT do
    ATMA[I,J]:=ATMA[I,J] + At[k,i] * A[k,J];
end;
writeln('MATRIZ ATMA');
imprime(atma,1,3);

versol(ATMA, 3);

for i:= 1 to 3 do
begin

```

```

Xa[I]:=NULO;
for j:= 1 to 3 do
  Xa[I]:=Xa[I] + ATMA[i,j] * L[J];
end;

for I:=1 to 3 do
if ( ABS(Xa[i])> conv) then sai:= false;

{ calculo de X}
Xa[1]:= Xo - Xa[1];
Xa[2]:= Yo - Xa[2];
Xa[3]:= R - Xa[3];

Xo:= Xa[1];
Yo:= Xa[2];
R := Xa[3];

until (sai OR (iter=MAXIT));
{ calculo do vetor de residuos }
sigpost2:= nulo;
for I:= 1 to npt do
begin
  Vx := Px * 2 * (X[i] - Xo) * Kv[i];
  Vy := Py * 2 * (y[i] - yo) * Kv[i];
  sigpost2:= sigpost2 + ( 1.0/Px) * Vx * Vx + ( 1.0/py) * Vy * Vy;
  LAX[i]:= X[i] + Vx;
  LAY[i]:= y[i] + Vy;
  writeln(' lax ', lax[i]:10:5, ' lay ', lay[i]:10:5);
end;

sigpost2:= sigpost2 / ( npt -3);

{ calculo da area }
S[ncirculo]:= pi * Xa[3] * Xa[3];
if (sai=false and (iter=MAXIT)) then
writeln(ARQSAI,' NAO CONVERGIU EM ',MAXIT, ' ITERACOES')
else
writeln(arqsai, ' Convergiu em ', iter, ' iteracoes');
writeln(arqsai);
writeln(arqsai, ' Coordenadas Calculadas ');
writeln(' Centro Xo ', Xa[1]:10:3, ' Yo ',Xa[2]:10:3,
' Raio ',Xa[3]:10:3);
writeln(arqsai, ' Centro : Xo ', Xa[1]:10:3, ' Yo ',Xa[2]:10:3,
' Raio ',Xa[3]:10:3 , ' Area ', s[ncirculo]:10:5);
writeln(arqsai);

{ calcula matriz variancia covariancia }
writeln(arqsai);
writeln(arqsai, 'Matriz MVC usando sigma a priori =', sig0:10:5);

```

```

writeln(arqsai, '          sigma a posteriori =', sigpost:10:5);
writeln(arqsai, '          sigma a posteriori  2  =', sigpost2:10:5);
writeln(arqsai);
for I:= 1 to 3 do
begin
  writeln(arqsai);
  for J:= 1 to 3 do
  begin
    ATMA[i,j]:= ATMA[i,j] * sig0;
    write(arqsai, atma[i,j]:12);

  end;
end;
writeln(arqsai);

writeln(arqsai,'Residuos de X e Y e Vetor Resultante : ');
for I:= 1 to npt do
begin
  Vx:= Lax[i] -X[i];
  Vy:= Lay[i] -Y[i];
  writeln(arqsai,i:3, Vx:10:3, Vy:10:3,
    SQR(SQR(Vx) + SQR(Vy)):10:3);
end;
end; { calc circum }

begin {principal }
nomeent:='tanque.dat';
assign(arqent, nomeent);
reset(arqent);
readln(arqent, ncirc);
readln(arqent, R, Xo, Yo, Zo);
readln(arqent, DPx, DPy, DPz);
i:=0;
while not(eof(arqent)) do
begin
  inc(i);
  readln(arqent,nomeponto[i], x[i], y[i], z[i]);
end;
close(arqent);
nomesai:='TANSAI.dat';
assign(arqsai,nomesai);
rewrite(arqsai);
writeln(arqsai,' PROGRAMA CIRCUM ');
writeln(arqsai,' CALCULO DE CIRCULOS A PARTIR DE PONTOS ');
writeln(arqsai,'arquivo de entrada :', nomeent);
writeln(arqsai,'arquivo de saida  :', nomesai);

{ calcula pesos }
sig0:= 1.0;

```

```

npt:=i;

for i:= 1 to ncirc do
begin
  k:= 0;
  writeln(' formando vetores ');
  for j:= 1 to npt do
  if (((nomeponto[j] MOD ( 10)) = i )) then
  begin
    inc(k);
    ponto[k]:= nomeponto[j];
    Xponto[k]:= X[j];
    Yponto[k]:= Y[j];
    Zponto[k]:= Z[j];
  end;
  aux1:= nulo;

  { calcula altura media de cada secao }
  for j:=1 to k do
    aux1:= aux1 + yponto[j];
  h[i]:= aux1/k;
  nptcir:= k;
  { DEVIDO A DIFERENCAS DE SISTEMAS DE COORDENADAS TROCAR X POR Z
    E E Y POR X }
  calccirc(i, nptcir, Zponto,Xponto, DPz, DPx,Zo,Xo,R);
end;

{calcula volume medio }
writeln('alturas');
writeln(arqsai,'Alturas');
for i:= 1 to ncirc do
begin
  h[i]:=h[i+1]-h[i];
  writeln(I:4, h[i]:15:10);
  writeln(arqsai,I:4, h[i]:15:10);
end;
readln;
for i:= 1 to (ncirc-1) do
  vol:= vol + ( S[i] + S[i+1]) / 2.0 *h[i];
  writeln(arqsai, 'volume ', vol:10:3 );

close(arqsai);
writeln( 'FIM DE CIRCUM ');
readln;
end.

```

□

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BÄHR, H. P. et al. Calibration and Resolution Test of Rollei-SLX Reseau Camera. In.: **15 th Congress of ISPRS, Comission V**. Rio de Janeiro: 1984. v. 25, p.59-65.
2. BAKKEN, R, SHOLER, H. The Photogrammetric Measurement of Spherical Tanks. In: **14 th Congress of ISP, Comission V** . Hamburgo: 1980, v. 23, p.36-40.
3. BROWN, D. C. Decentering Distortion of Lenses. **Photogrammetric Engineering**. Falls Church: v.32, n. 3, maio 1966.
4. _____ .Close-Range Camera Calibration. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 37, n. 8, p. 855-866, 1971.
5. CAFFREY, J. Algorithm 66 INVRS. **Collected Algorithms from CACM**: New York. Association for Computing Machinery, v.I, 1980.
6. CARNEIRO, A. F. T. **Possibilidades Metodológicas para Obtenção de um Campo de Pontos com Vistas ao Cálculo de Volume de Objetos**. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésica, UFPR, Curitiba, 1993
7. DONNELLY, B, E., FRYER, J. G. Film Unflatness and Small Format Photogrammetry. **Australian Journal Geod. Photogram. Surv.**, n. 51, p. 57-71, dez. 1989.
8. EL-HAKIM. Precision Photogrammetry for Microwave Antennas Manufacturing. In: **The XV th Congress of ISPRS. Comission V**. Rio de Janeiro, 1984, v.25, p.232-239.
9. EL-HAKIM, S, F, FAIG, W. The General Bundle Adjustment Triangulation (GEBAT) System. In: **14 th Congress of ISP, Comission V** . Hamburgo: 1980, v. 23, p. 296-307.
10. EVANS, T. G. Algorithm 85 Jacobi. **Collected Algorithms from CACM**. New York, v. I, Association for Computing Machinery, 1980.
11. FERREIRA, E. R. **Fototriangulação Analítica: Solução de Grandes Sistemas Lineares em Microcomputadores da Série PC**. Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR, Curitiba: 1990. 127 p. il.

- 12.. FRASER, C. S. On Variance Analisis of Minimally Constrained Photogrammetric Adjustments. **Australian Journal of Geodesy and Photogrammetry**, n. 33, p. 39-56, 1980.
13. _____. Optimization of Precision in Close-Range Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 48, n.4 p. 561-570, abril 1982(A).
14. _____. On Use of Non Metric Cameras in Analytical Close-Range Photogrammetry. **The Canadian Surveyor**, v. 36, n. 3 : 259-279, set. 1982(B)
15. _____. Network Design Considerations for Non Topographic Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 50, n. 8, p. 1115-1126, agosto 1984.
16. _____. State of the Art in Industrial Photogrammetry. In: **16 th. Congress of ISPRS. Comission V**. Kyoto: 1988(A), v. 27, p. 166-181.
17. _____. Periodic Inspection of Industrial Tooling by Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**. Falls Church, v. 54, n. 2, p. 211-216, fev. 1988(B).
18. FRYER, J, G. Non Metric Photogrammetry and Surveyors. **The Canadian Surveyors**, v. 32, n. 55, p. 330-341, março 1985
19. FRYER, J. G. BROWN, D. C. Lens Distortion for Close-Range Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**. Falls Church, v. 52, n. 1, p. 51-58, jan 1986.
20. GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento das Observações: Aplicações Geodésicas**. Curitiba : 1984. UFPR. 222p. il.
21. _____. **Elipse e Elipsóide dos Erros**. Curitiba: 1987, UFPR. 39 p.
22. GRUN, A. Internal Reability Models for Aerial Bundle Systems. In: **14 th Congress of ISP, Comission V**. Hamburgo: 1980, v. 23, p. 272-283
23. HAKKARAINEN, J. Radial and Tangencial Distortion of Aerial Cameras. Reports of the Finnish Geodetic Institute, Joensuu: 1983, 49 p. il.
24. HOTTIER, P.H. Accuracy of Close Range Analytical Restitutions: Practical Experiments and Prediction. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 42, n.3, p.: 345-375, março 1976
25. KENNEFICK, J, F, Ultra-Precise Analytics. **Photogrammetric Engineering**, Falls Church, v. 37, n. 11, p. 1167-1187, nov. 1971

26. _____ Analytical Self-Calibration. **Photogrammetric Engineering**, Falls Church, v.38, n. 11, p. 1117-1126, nov 1972.
27. KOLBL, O, R. Metric or Non Metric Cameras. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 42, n.1, p. 103-113, jan 1976.
28. KURE, J. et al. O.E.E.P.E Obrschwaben Reseau Investigation. **Photogrammetria**, Amsterdam, v. 27, p. 169-199. 1971
29. LUGNANI, JJ. B. **Introdução à Fototriangulação**. Curitiba: 1987. 134 p. il.
30. MARSHALL, A.R. **Network Design and Optimization in Close Range Photogrammetry**. Kensington, Australia, University of New South Wales. 1989.
31. MEIER, H.K. Film Flattening in Aerial Cameras. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 38, n. 4, p. 367-372, abril 1972.
32. MENDONÇA, F. J. B. **Monitoração de Estruturas de Concreto com Fotogrametria a Curta Distância**. Dissertação de Mestrado - Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR, Curitiba : 1984, 92 p.
33. MONIWA, H. **Analytical Camera Calibration of Close-Range Photogrammetry**. Thesis of Msc, University of New Brunswick, New Brunswick, Canadá , 1972
34. MURAY, S. et al. A Study on Analytical Calibration for Non Metric Cameras and Accuracy of Three Dimensional Measurement. In: **15 th Congress of ISPRS. Comission V**, Rio de Janeiro: 1984, v 25, p. 570-579.
35. NETO, A. C, OLODANSKI. **Curso: Tópicos de Análise Multivariada**, Universidade Federal do Paraná. Curitiba: 1987, 52 p.
36. OLIVAS, M. A. A. **Calibração de Câmaras Fotogramétricas**. Dissertação de Mestrado Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR, Curitiba, 1980, 98 p. il.
37. OSHIMA, T. et al. ISO and Industrial Photogrammetry. In: **16 th Congress of ISPRS., Comission V**. Kyoto: 1988, v. 27, p. 456-465.
38. PAPO, H, SHMUTTER, B. Tank Calibration by Stereophotogrammetry. **Photogrammetria**, Amsterdam, n. 34, p. 101-109, 1978.
39. SCHMUTTER, B., ETROG, U. Calibration of Storage Tanks. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, ? : 261-266, 1971.
40. SHORTIS, M. R., HALL, C. J. Network Design Methods of Close Range Photogrammetry. **Austr. J. Geod. Photogr. Surv.**, n. 50, p: 51-72, 1989

41. SIEGWARTH, J. D. et. al. Volume Uncertainty of a Large Tank Calibrated by Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 50, n. 8, p. 1127-1134, ago 1984
42. _____ Free Net Analysis of Storage Tank Calibration. In: **14 th Congress of ISP, Comission V. Hamburgo**, v. 23, p. 593-602, 1980.
43. SILVA, D. C. **Otimização de Precisão em Fotogrametria Terrestre e a Curta Distância**. Seminário apresentado no Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, UFPR. Curitiba: 1991. 42 p. il.
44. WONG, K. W. Propagation of Variance and Covariance. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 51, n. 1, p. 75-89, jan 1975.
45. _____ Mathematical Formulation and Digital Analysis in Close-Range Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, v. 41, p. 1355-1373, nov 1975